**Методические разработки факультативных занятий   
по решению иррациональных уравнений и неравенств в 9 классе**

После анализа учебников алгебры 7-9 классов, был сделан вывод о том, что темы «Иррациональные уравнения» и «Иррациональные неравенства» изучаются поверхностно. В результате учащиеся оказываются не в состоянии проводить решения даже простейших задач, или допускают принципиальные ошибки. С целью более глубокого усвоения данных тем, будет целесообразным проведение факультативных уроков. Они позволят учащимся овладеть основными приёмами решения иррациональных уравнений и неравенств. Создадут прочную базу для дальнейшего изучения этих тем в курсе алгебры в 10-11 классах.

В данной работе предлагаются технологические карты факультативных занятий по темам «Иррациональные уравнения» и «Иррациональные неравенства».

Содержание:

1. Факультативный урок 1. «Иррациональные уравнения»;
2. Факультативный урок 2. «Иррациональные уравнения»;
3. Факультативный урок 3. «Иррациональные неравенства»;
4. Факультативный урок 4. «Иррациональные неравенства»;
5. Факультативный урок 5. «Иррациональные неравенства».

**Факультативный урок 1. «Иррациональные уравнения»**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **УМК, используемые при подготовке к уроку** | | - Никольский, С. М. Алгебра. 9 класс : учебник для общеобразоват. организаций / С. М. Никольский, М. К. Потапов, Н. Н. Решетников, А. В. Шевкин. – Москва : Просвещение, 2014 – 335 с.  - Рурукин, А.Н. Сборник задач по алгебре. 7-9 классы / А. Н. Рурукин, Н. Н. Гусева, Е. А. Шуваева. – Москва : ВАКО, 2020. – 320 с.  - Рурукин, А.Н. Поурочные разработки по алгебре. 9 класс : пособие для учителя / А. Н. Рурукин. – 5-е изд. – Москва : ВАКО, 2022. – 320 с. | |
| **Тип урока** | | Лекция, практикум | |
| **Цель урока** | | Рассмотреть решение типичных иррациональных уравнений | |
| **Задачи урока** | |  | |
| *а) образовательные* | | Закрепить и систематизировать знания об иррациональных уравнениях и основных методах их решения | |
| *б) воспитательные* | | Воспитывать у учащихся добросовестное отношение к труду и знаниям, коммуникативному сотрудничеству. | |
| *в) развивающие* | | Развивать умения наблюдать, сопоставлять, сравнивать и обобщать результаты проделанных вычислений | |
| **Технологии, используемые на уроке** | | Здоровьесберегающая, ТРКМ | |
| **Оборудование (ТСО) используемое на уроке** | | Меловая доска, мел. | |
|  | | | |
| **Планируемые результаты** | | | |
| ***Предметные:***  упорядочить, расширить и укрепить свои знания по теме «Иррациональные уравнения» | ***Метапредметные:***  *познавательные* – определять логические связи между предметами и явлениями  *регулятивные* – владение основами самоконтроля, самооценки, принятия решений и осуществления осознанного выбора в учебной и познавательной деятельности;  *коммуникативные* – умение слушать и вступать в диалог, уважение к чужому мнению, требовательное отношение к себе и своей работе. | | ***Личностные:***  формирование уверенности в собственных умениях, навыках, ранее полученных знаниях. |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Ход урока** | | |
| **Этап урока** | **Деятельность учителя** *(содержание, формы и методы)* | **Деятельность учащихся** *(содержание, формы и методы)* |
|
| **Организационный момент**  (1 мин) | Приветствует учащихся. | Приветствуют учителя, настраиваются на рабочую атмосферу. |
| **Актуализация знаний**  (5 мин) | Задаёт вопросы, наводящие на определение иррациональных уравнений. | Отвечают на вопросы. |
| **Изучение нового материала**  (20 мин) | Записывает на доске примеры, задаёт вопросы, наводящие на их решение. Воспроизводит на доске символическое определение квадратного корня. | Отвечают на вопросы, решают уравнения в тетради. |
| **Закрепление изученного материала**  (13 мин) | Записывает уравнения для самостоятельного решения.  Производит проверку. | Самостоятельно решают уравнения.  В конце называют получившиеся ответы. |
| **Подведение итогов урока**  (4 мин) | Задаёт вопросы, с целью обобщить изученный материал. Выписывает возможный вариант метода решения иррационального уравнения (метод равносильной системы). | Обобщаю и делают вывод из проделанной работы. |
| **Домашнее задание**  (2 мин) | Задаёт домашнее задание. | Записывают задание на следующее занятие в тетрадь. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Конспект урока** | |
| **Актуализация знаний** | *На доске представлено несколько уравнений*.  *Учитель*: Здравствуйте, ребята. Внимательно посмотрите на доску. Что вы видите?  *Учащиеся:* Уравнения.  *Учитель*: Назовите вид каждого уравнения.  *Учащиеся:* Квадратное уравнение; уравнение с двумя переменными; квадратное уравнение; иррациональное уравнение.  *Учитель* (если учащиеся определили вид последнего уравнения): Правильно. А что мы с вами знаем про иррациональные уравнения? Давайте дадим им определение.  *Учитель* (если учащиеся не определили вид последнего уравнения): Последнее уравнение является иррациональным. Давайте запишем определение. |
| **Изучение нового материала** | **Определение:** Уравнение, в котором неизвестная стоит под знаком корня или возведена в дробную степень, называется **иррациональным**.  *Учитель:* Сегодня мы познакомимся с некоторыми видами иррациональных уравнений и способами их решения.  Для начала рассмотрим уравнение:  **Пример 1.**  *Учитель:* Что нам нужно сделать, для того, чтобы решить данное уравнение?  *Учащиеся*: Избавиться от корня.  *Учитель:* Каким способом мы можем это сделать?  *Учащиеся*: Возвести обе части уравнения во вторую степень.  *Учитель:* Правильно. Тогда мы получаем  *Учитель:* Переносим -3 в правую часть, будет  Данное уравнение имеет 2 корня  Подставляя получившиеся корни в исходное уравнение, проверим, все ли они будут являться его решением.  Ответ:  *Учитель:* Решим следующее уравнение  **Пример 2.**  *Учитель:* Как вы считаете, подойдёт ли нам тот способ, которым мы пользовались в первом уравнении?  Может ли данное уравнение иметь решения?  *Учащиеся:* Арифметический квадратный корень не может быть отрицательным.  *Учитель:* Действительно, по определению квадратного корня: .  Значит, данное уравнение не будет иметь корней.  Рассмотрим следующий пример.  **Пример 3.**  *Учитель:* Мы с вами должны понимать, что тогда, когда само число .  Значит, можем записать:  откуда . Проведя проверку, убедимся в том, что посторонние корни отсутствуют.  **Пример 4.**  *Учитель:* В данном случае нам встретились два квадратных корня. Как вы думаете, есть ли способ, сделать так, чтобы уравнение имело только один квадратный корень?  *Учащиеся:* Возвести обе части уравнения в квадрат, и тогда квадратный корень останется только у удвоенного произведения квадрата суммы или разности.  *Учитель:* Правильно, давайте перенесём корень с минусом вправо, для получения квадрата суммы в правой части :  Возведём в квадрат обе части:  Уединим корень в левой части:  *Учитель:* Получили более знакомый вид иррационального уравнения, но в правой части теперь стоит не число, а выражение ().  Как вы считаете, существуют ли какие то ограничения для в данном случае?  *Учащиеся:* Если мы будем брать , то выражение будет принимать отрицательные значения, а по определению арифметического квадратного корня оно должно быть неотрицательным.  *Учитель:* Значит, для решения данного уравнения, мы воспользуемся определением квадратного корня, и учитывая, что все условия должны выполняться одновременно, составим систему:  *Учитель:* Из системы, мы видим, что не будет являться корнем исходного уравнения. Данный корень возник, при возведении нашего уравнения в чётную степень 2.  Получаем: – корень.  *Учитель:* Наше уравнение можно было бы решать и без составления системы, но тогда обязательно нужно проводить проверку, чтобы исключить посторонние корни*.* |
| **Закрепление изученного материала** | *Учитель:* Теперь предлагаю вам решить самостоятельно:  Ответы:   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | 1 | 2 | 3 | 4 | |  | 4 |  | Нет корней | |
| **Подведение итогов урока. Рефлексия.** | *Учитель:* Сегодня мы с вами познакомились с иррациональными уравнениями вида . Рассмотрели случаи, когда является числом (отрицательным, положительным или нулём).  Какие выводы из него мы делаем?  *Учащиеся:* Если отрицательно, то уравнение не будет иметь корней, а если равно нулю, то для решения достаточно подкоренное выражение приравнять к нулю и найти корни.  *Учитель:* А что мы должны учитывать, если будет являться выражением, содержащим переменную x?  *Учащиеся:* Мы накладываем условие, что по определению арифметического квадратного корня.  *Учитель:* Да, и таким образом, когда мы будем возводить уравнение в чётную степень, мы можем получить посторонние корни. Если мы будем решать систему, включающую в себя условие то посторонние корни будут отбрасываться заданным условием. Такую систему называют равносильной. Давайте запишем себе общий вид:   |  |  |  | | --- | --- | --- | |  |  |  |   ***Домашнее задание:*** Решить уравнения: |

**Факультативный урок 2. «Иррациональные уравнения»**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **УМК, используемые при подготовке к уроку** | | - Никольский, С. М. Алгебра. 9 класс : учебник для общеобразоват. организаций / С. М. Никольский, М. К. Потапов, Н. Н. Решетников, А. В. Шевкин. – Москва : Просвещение, 2014 – 335 с.  - Рурукин, А.Н. Сборник задач по алгебре. 7-9 классы / А. Н. Рурукин, Н. Н. Гусева, Е. А. Шуваева. – Москва : ВАКО, 2020. – 320 с.  - Рурукин, А.Н. Поурочные разработки по алгебре. 9 класс : пособие для учителя / А. Н. Рурукин. – 5-е изд. – Москва : ВАКО, 2022. – 320 с. | |
| **Тип урока** | | Лекция, практикум | |
| **Цель урока** | | Рассмотреть решение типичных иррациональных уравнений | |
| **Задачи урока** | |  | |
| *а) образовательные* | | Закрепить и систематизировать знания об иррациональных уравнениях и основных методах их решения | |
| *б) воспитательные* | | Воспитывать у учащихся добросовестное отношение к труду и знаниям, коммуникативному сотрудничеству. | |
| *в) развивающие* | | Развивать умения наблюдать, сопоставлять, сравнивать и обобщать результаты проделанных вычислений | |
| **Технологии, используемые на уроке** | | Здоровьесберегающая, ТРКМ | |
| **Оборудование (ТСО) используемое на уроке** | | Меловая доска, мел. | |
|  | | | |
| **Планируемые результаты** | | | |
| ***Предметные:***  упорядочить, расширить и укрепить свои знания по теме «Иррациональные уравнения» | ***Метапредметные:***  *познавательные* – определять логические связи между предметами и явлениями  *регулятивные* – владение основами самоконтроля, самооценки, принятия решений и осуществления осознанного выбора в учебной и познавательной деятельности;  *коммуникативные* – умение слушать и вступать в диалог, уважение к чужому мнению, требовательное отношение к себе и своей работе. | | ***Личностные:***  продолжат формирование познавательных интересов, определение с дальнейшим профилем обучения. |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Ход урока** | | |
| **Этап урока** | **Деятельность учителя** *(содержание, формы и методы)* | **Деятельность учащихся** *(содержание, формы и методы)* |
|
| **Организационный момент**  (1 мин) | Приветствует учащихся. | Приветствуют учителя, настраиваются на рабочую атмосферу. |
| **Актуализация знаний**  (5 мин) | Проводит фронтальный опрос. | Работают устно с заданиями на доске, затем самостоятельно решают уравнение заданным методом и сверяют полученное решение. |
| **Изучение нового материала**  (20 мин) | Записывает на доске примеры, задаёт вопросы, наводящие на их решение. | Отвечают на вопросы, решают уравнения в тетради. |
| **Закрепление изученного материала**  (14 мин) | Записывает уравнения для самостоятельного решения.  Производит проверку. | Самостоятельно решают уравнения.  В конце называют получившиеся ответы. |
| **Подведение итогов урока**  (4 мин) | Обобщает полученные знания на уроке, в частности об ОДЗ. Совместно с учащимися составляет таблицу для решения иррац.ур. методом равносильных систем. | Совместно с учителем составляет таблицу для решения иррац.ур. методом равносильных систем. |
| **Домашнее задание** (1 мин) | Задаёт домашнее задание. | Записывают задание в тетрадь. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Конспект урока** | |
| **Актуализация знаний** | *Учитель:* На доске представлены равенства, нужно указать при каких значениях х они будут верны.   1. *(Ответ: 9)* 2. *(Ответ: 0)* 3. *(Ответ: 14)*   *Учитель:* Решите уравнение самостоятельно в тетради и скажите ответ:  *(Ответ: 3)*  *Учитель:* Решите следующее уравнение методом перехода к равносильной системе.  Решение:  Составим систему, равносильную данному уравнению, и решим её:  ; ; . |
| **Изучение нового материала** | *Учитель:* Сегодня мы познакомимся ещё с некоторыми случаями иррациональных уравнений. Рассмотрим примеры.  **Пример 1.**  *Учитель:* Данное уравнение так же является иррациональным. Для его решения применим метод замены переменной.  Как вы считаете, что в данном случае нам можно заменить?  Представима ли степень в другом виде?  *Учащиеся:* Степень можно представить в виде , и тогда можно заменить .  Решение:  Пусть      – не может быть      Ответ: .    **Пример 2.**  *Учитель:* Когда произведение двух выражений равняется 0?  *Учащиеся:* Когда хотя бы одно из выражений равняется 0.  *Учитель:* Значит, что мы можем сказать про данное уравнение, когда выполняется равенство?  *Учащиеся:* Когда или  Учитель вызывает одного из учащихся к доске для выполнения решения.  *Учитель:* Союз ИЛИ означает, что данные равенства выполняются в совокупности, мы можем их записать вместе и объединить знаком [  Решение: ;  Проверка показала, что не является корнем исходного уравнения.  *Учитель:* Данный корень является лишним, он не входит в область допустимых значений, которую мы не указали. Значит, прежде чем приступить к решению данного уравнения следовало указать ОДЗ, которая показывала бы, что подкоренное выражение , значит . И тогда мы сразу видим, что не входит в ОДЗ и потому не может являться корнем исходного уравнения.  *Учитель:* ОДЗ может указываться отдельно, и потом мы возвращаемся к нему, когда получили корни, для определения принадлежности. А можно решать в системе с самим уравнением:  ; .  Ответ: {-2; 3}  *Учитель:* Теперь предлагаю записать в общем виде данный случай иррационального выражения. Подкоренное выражение обозначим за *a*, множитель перед корнем за *b.* Тогда как будет выглядеть система, равносильная иррациональному уравнению?  Вызывает одного из учащихся к доске.   |  |  |  | | --- | --- | --- | |  | **⇔** |  |   **Пример 3.**  *Учитель:* При каких значениях *x* данное выражение будет иметь смысл?  *Учащиеся: х* должен быть больше нуля.  *Учитель:* Правильно. Теперь, как вы считаете, какое действие мы с вами можем совершить для решения уравнения?  *Учащиеся:* Возвести обе части уравнения в куб.  *Учитель:* Да, причём учитываем, что при возведении обеих частей уравнения в нечётную степень, мы получаем равносильное уравнение, и посторонние корни образовываться не будут.  Решение:  Ответ: 8.  **Пример 4.**  *Учитель:* На прошлом занятии мы сталкивались с уравнениями, содержащими два знака радикала. В данном случае их 3, но принцип решения схож. Наша задача привести уравнение к одному радикалу, и уединить его. Но какие условия мы должны учитывать?  *Учащиеся:* ОДЗ  Учитель: Что мы в него включаем?  *Учащиеся:* Условия, что подкоренные выражения больше или равны нулю.  Учитель вызывает одного из учащихся к доске.  Решение:  ОДЗ: ; ;  Получили иррациональное уравнение, в котором . Значит (1).  Теперь возводим в квадрат обе части уравнения:  Решая квадратные уравнения, получили корни , . Оба корня удовлетворят условию (1), но первый корень не входит в ОДЗ.  Значит корнем исходного уравнения будет .  Ответ: 2  **Пример 5.**  *Учитель:* Под знаком радикала мы видим модуль. Что мы про него знаем?  *Учащиеся:* Модуль всегда положительный.  *Учитель:* Значит, необходимости указывать ОДЗ у нас нет. Тогда давайте наше уравнение сведём к равносильной системе: ;  Сейчас я вам предлагаю воспользоваться свойством :  ; ;  ; ; .  Ответ: .  *Учитель:* Дома попробуйте решить данное уравнение другим способом самостоятельно. |
| **Закрепление изученного материала** | *Учитель:* Теперь предлагаю вам решить самостоятельно:  Ответы:   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | 1 | 2 | 3 | 4 | | -3; 5 | 10 | 2 | 1; |   В последнем примере у некоторых учащихся могли возникнуть трудности, поэтому решение данного уравнение проверяется на доске.  Решение: Составим систему, равносильную данному уравнению:  ; ; ;  ; ; . Ответ: {1; |
| **Подведение итогов урока. Рефлексия.** | *Учитель:* Сегодня мы познакомились с ещё некоторыми видами иррациональных уравнений. Выяснили, что решение может начинаться с нахождения области допустимых значений (ОДЗ). Бывают даже случаи, когда ОДЗ оказывается в пределах одной точки, и при проверке выясняется, что именно она является корнем уравнения. Так же определив ОДЗ можем узнать, что уравнение вовсе не имеет корней.  Рассмотрим пример:  Найдём ОДЗ. Подкоренные выражения должны быть больше или равны нулю.  ; ;  Полученная система не имеет решения, значит, исходное уравнение не определено.  Ответ: решений нет.  Учитель: В завершении предлагаю составить обобщённую таблицу, рассматриваемых нами случаев для решения иррациональных уравнений способом перехода к равносильной системе.   |  |  |  | | --- | --- | --- | |  |  |  | |  |  | |  |  | |  |  | |  |  |   ***Домашнее задание:*** Решить уравнения: |

**Факультативный урок 3. «Иррациональные неравенства»**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **УМК, используемые при подготовке к уроку** | | - Рурукин, А.Н. Сборник задач по алгебре. 7-9 классы / А. Н. Рурукин, Н. Н. Гусева, Е. А. Шуваева. – Москва : ВАКО, 2020. – 320 с.  - Рурукин, А.Н. Поурочные разработки по алгебре. 9 класс : пособие для учителя / А. Н. Рурукин. – 5-е изд. – Москва : ВАКО, 2022. – 320 с.  - Шахмейстер, А.Х. Иррациональные уравнения и неравенства / А. Х. Шахмейстер – 6-е издание – СПб.: «Петроглиф» : «Виктория плюс» : М.: Изд-во МЦНМО 2022. – 216 с. | |
| **Тип урока** | | Лекция, практикум | |
| **Цель урока** | | Рассмотреть решение типичных иррациональных неравенств | |
| **Задачи урока** | |  | |
| *а) образовательные* | | Закрепить и систематизировать знания об иррациональных неравенствах и основных методах их решения | |
| *б) воспитательные* | | Воспитывать у учащихся добросовестное отношение к труду и знаниям, коммуникативному сотрудничеству. | |
| *в) развивающие* | | Развивать умения наблюдать, сопоставлять, сравнивать и обобщать результаты проделанных вычислений | |
| **Технологии, используемые на уроке** | | Здоровьесберегающая, ТРКМ | |
| **Оборудование (ТСО) используемое на уроке** | | Меловая доска, мел. | |
|  | | | |
| **Планируемые результаты** | | | |
| ***Предметные:***  упорядочить, расширить и укрепить свои знания по теме «Иррациональные неравенства» | ***Метапредметные:***  *познавательные* – определять логические связи между предметами и явлениями  *регулятивные* – владение основами самоконтроля, самооценки, принятия решений и осуществления осознанного выбора в учебной и познавательной деятельности;  *коммуникативные* – умение слушать и вступать в диалог, уважение к чужому мнению, требовательное отношение к себе и своей работе. | | ***Личностные:***  продолжат формирование познавательных интересов. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Конспект урока** | |
| **Актуализация знаний**  **(5 мин.)** | *Учитель:* Прошлое наше занятие мы посвятили методам решения иррациональных уравнений, а сегодня попробуем разобраться с иррациональными неравенствами. Но для начала давайте решим  Введём замену переменной (отметим, что , т.е. ), тогда . Уравнение имеет вид:  Решая это уравнение методом интервалов, получим .  Возвращаясь к переменной *х,* имеем простое иррациональное неравенство  Т.е. для решения уравнения, нам необходимо научиться решать иррациональные неравенства. |
| **Изучение нового материала**  **(20 мин)** | *Учитель:* Итак, под ***иррациональным неравенством*** понимается неравенство, в котором неизвестные величины (или рациональные функции неизвестных величин) находятся под знаком радикала.  *Учитель:* При решении иррациональных неравенств используется следующее утверждение: если обе части неравенства принимают только неотрицательные значения, то возведя обе части неравенства в квадрат (или любую чётную степень) и сохранив знак исходного неравенства, получим неравенство, равносильное данному.  Рассмотрим наше неравенство  Как мы видим, обе части неравенства принимают неотрицательные значения, значит, мы имеем право возвести обе части неравенства в квадрат и сохранить знак.  Возвращаясь к уравнению, учитывая ОДЗ, получим, что решением будет являться .  *Учитель:* Теперь рассмотрим **пример 1** :  Задайте ОДЗ  *Учащиеся:*  *Учитель:* При этих условиях обе части нашего неравенства определены и принимают только неотрицательные значения, поэтому возведение их в квадрат есть равносильное преобразование неравенства. В итоге мы приходим к следующей системе неравенств:  Решив эту систему, находим : .  Итак, решением данного неравенства является промежуток .  **Пример 2. (Самостоятельное решение с последующей проверкой)**  Данное неравенство равносильно системе неравенств:  ⇔  Решим уравнение и представим решение неравенств графически:  https://sun9-33.userapi.com/s/v1/if2/tqEbcYrgE_9DxQRnpVdmkscnUAmRb5JNwF9fK5gWlBGmM3FVcZ2jefqlMdBfhCTr46N-gpWxAinqWKHryhvglvKV.jpg?size=1168x1600&quality=95&type=album  Ответ: [-1,2 ; -1).  **Пример 3.**  *Учитель:* Давайте подумаем, будет ли данное неравенство иметь решения? Почему?  *Учащиеся:* Данное неравенства не имеет решений, так как квадратный корень не может быть меньше отрицательного числа.  **Пример 4**.  *Учитель:* А данное неравенство может иметь решение?  *Учащиеся:* Может.  *Учитель:* Какое условие при решении мы должны учитывать?  *Учащиеся:* Что подкоренное выражение должно быть неотрицательным.  *Учитель:* Значит, для решения данного неравенства достаточно указать, что *,*  т.е.  Ответ:  **Пример 5.**  *Учитель:* Что мы можем сказать, про данное неравенство?  *Учащиеся:* Левая и правая части неотрицательны, значит, можем возводить в квадрат, сохраняя знак.  Желающий выходит к доске.  Решение: ,  Ответ:  **Пример 5.**  *Учитель:* Чем данное неравенство отличается от тех, что мы решали до него?  *Учащиеся:* Переменная х находится не только под знаком радикала.  *Учитель:* И мы не знаем, какие значения она принимает, положительные и отрицательные. Что же тогда мы можем сделать?  *Учащиеся:* Рассмотреть случаи, когда переменная положительна, и когда отрицательна.  *Учитель:* Верно. И оба эти случая будут образовывать общую систему. Итак, если же , что будет выполняться?  *Учащиеся:* Левая и правая части будут неотрицательны, значит, можем возводить в квадрат, сохраняя знак.  *Учитель:* Правильно, а если?  *Учащиеся:* Указываем, что подкоренное выражение неотрицательно.  *Учитель:* Верно. Запишем:  ⇔  Графически изобразим решения совокупности систем  https://sun9-23.userapi.com/s/v1/if2/oQlnIzKxudWLspngPaunyFxgodWV0ZNnfqE-LLhpacXypigGRDHW8FaGRL14knh--WHJYLaBK0AjpYCgSummBXwa.jpg?size=1126x1599&quality=95&type=album  Ответ: |
| **Закрепление изученного материала**  **(15 мин.)** | *Учитель:* Предлагаю вам самостоятельно решить:   |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | | 1 | 2 | 3 | 4 | |  |  |  | 3 | |
| **Подведение итогов урока. Рефлексия.**  **(5 мин.)** | *Учитель:* С какими видами иррациональных неравенств мы сегодня встретились?  Учащиеся:  - неравенства, где квадратный корень какого-либо выражения, был меньше (меньше или равен) какого либо числа (положительного/отрицательного) или выражения, содержащего переменную;  - неравенства, где квадратный корень какого-либо выражения, был больше (больше или равен) какого либо числа (положительного/отрицательного) или выражения, содержащего переменную.    *Учитель:* Для иррациональных уравнений мы с вами составили таблицу равносильных систем, тоже самое мы можем сделать и для неравенств. Для рассматриваемых сегодня случаев получаем следующее:   |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | |  |  |  |  |  |     ***Домашнее задание:*** Решить неравенства: |

**Факультативный урок 4. «Иррациональные неравенства»**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **УМК, используемые при подготовке к уроку** | | - Рурукин, А.Н. Сборник задач по алгебре. 7-9 классы / А. Н. Рурукин, Н. Н. Гусева, Е. А. Шуваева. – Москва : ВАКО, 2020. – 320 с.  - Рурукин, А.Н. Поурочные разработки по алгебре. 9 класс : пособие для учителя / А. Н. Рурукин. – 5-е изд. – Москва : ВАКО, 2022. – 320 с.  - Шахмейстер, А.Х. Иррациональные уравнения и неравенства / А. Х. Шахмейстер – 6-е издание – СПб.: «Петроглиф» : «Виктория плюс» : М.: Изд-во МЦНМО 2022. – 216 с. | |
| **Тип урока** | | Лекция, практикум | |
| **Цель урока** | | Рассмотреть решение типичных иррациональных неравенств | |
| **Задачи урока** | |  | |
| *а) образовательные* | | Закрепить и систематизировать знания об иррациональных неравенствах и основных методах их решения | |
| *б) воспитательные* | | Воспитывать у учащихся добросовестное отношение к труду и знаниям, коммуникативному сотрудничеству. | |
| *в) развивающие* | | Развивать умения наблюдать, сопоставлять, сравнивать и обобщать результаты проделанных вычислений | |
| **Технологии, используемые на уроке** | | Здоровьесберегающая, ТРКМ | |
| **Оборудование (ТСО) используемое на уроке** | | Меловая доска, мел. | |
|  | | | |
| **Планируемые результаты** | | | |
| ***Предметные:***  упорядочить, расширить и укрепить свои знания по теме «Иррациональные неравенства» | ***Метапредметные:***  *познавательные* – определять логические связи между предметами и явлениями  *регулятивные* – владение основами самоконтроля, самооценки, принятия решений и осуществления осознанного выбора в учебной и познавательной деятельности;  *коммуникативные* – умение слушать и вступать в диалог, уважение к чужому мнению, требовательное отношение к себе и своей работе. | | ***Личностные:***  продолжат формирование познавательных интересов. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Конспект урока** | |
| **Актуализация знаний**  **(4 мин.)** | *Учитель:* Здравствуйте. Все ли справились с домашним заданием? Были ли трудности?  *Учитель:* Сегодня мы продолжим изучать иррациональные неравенства. Приступим к рассмотрению более трудных случаев. |
| **Изучение нового материала**  **(21 мин)** | **Пример 1.**  *Учитель:* Мы с вами понимаем, что корень не может принимать отрицательные значения, и потому, чтобы выполнялось неравенство, необходимо, чтобы и множитель перед корнем был неотрицательным. А произведение множителей тогда равно нулю, когда хотя бы один из них равен нулю. Составим совокупность:  Ответ:    **Пример 2.**  *Учитель:* Какие условия должны выполняться?  *Учащиеся:* Подкоренные выражения должны быть неотрицательными.  *Учитель:* Берём во внимание то, что квадратные корни будут положительным, значит возводя во вторую степень, получаем неравенство подкоренных выражений с исходным знаком. Попробуйте решить данное неравенство самостоятельно.  Решение:  ОДЗ : ;  Таким образом, учитывая ОДЗ, получим *.*  **Пример 3.**  *Учитель:* Снова, какие условия должны выполняться?  *Учащиеся:* Подкоренные выражения должны быть неотрицательными.  *Учитель:* А можно ли рассуждать иным способом, не как в примере 2? Какое условие самое главное в данном неравенстве?  *Учащиеся:* Меньшее выражение должно быть больше или равно нулю.  *Учитель:* Значит нам будет достаточно решить систему, в которой меньшее подкоренное выражение будет больше или равно нулю, и указано неравенство подкоренных выражений с тем же знаком, что и в исходном неравенстве.  Желающий выходит к доске, остальные самостоятельно выполняют в тетради.  Решение:  Ответ:  **Пример 4.**  *Учитель:* Данное уравнение похоже на те, что мы решали на прошлом занятии, только здесь мы видим радикал под знаком радикала. Мы с вами встречались с такой ситуацией, при решении уравнений. Решая неравенства поступает тем же образом.  Начинаем наше рассуждение с условия существования, данного выражения. Что мы должны отметить?  *Учащиеся:* Подкоренное выражение неотрицательно или равно нулю.  *Учитель:* На что теперь следует обратить внимание?  *Учащиеся:* Оба выражения неотрицательны, поэтому можем обе части возвести в квадрат с сохранением знака неравенства.  Решение:  ; ; ; ;  Ответ: -1 |
| **Закрепление изученного материала**  **(13 мин.)** | *Учитель:* Предлагаю вам самостоятельно решить:   |  |  | | --- | --- | | 1 | 2 | |  |  | |
| **Подведение итогов урока. Рефлексия.**  **(7 мин.)** | *Учитель:* С какими видами иррациональных неравенств мы сегодня встретились?  *Учащиеся:* неравенства двух квадратных корней  *Учитель:* Сделаем вывод, из наших решений с составим равносильные системы   |  |  |  |  |  | | --- | --- | --- | --- | --- | |  |  |  |  |  |     ***Домашнее задание:*** Решить неравенства: |

**Факультативный урок 5. «Иррациональные неравенства»**

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **УМК, используемые при подготовке к уроку** | | - Рурукин, А.Н. Сборник задач по алгебре. 7-9 классы / А. Н. Рурукин, Н. Н. Гусева, Е. А. Шуваева. – Москва : ВАКО, 2020. – 320 с.  - Рурукин, А.Н. Поурочные разработки по алгебре. 9 класс : пособие для учителя / А. Н. Рурукин. – 5-е изд. – Москва : ВАКО, 2022. – 320 с.  - Шахмейстер, А.Х. Иррациональные уравнения и неравенства / А. Х. Шахмейстер – 6-е издание – СПб.: «Петроглиф» : «Виктория плюс» : М.: Изд-во МЦНМО 2022. – 216 с. | |
| **Тип урока** | | Лекция, практикум | |
| **Цель урока** | | Рассмотреть решение типичных иррациональных неравенств | |
| **Задачи урока** | |  | |
| *а) образовательные* | | Закрепить и систематизировать знания об иррациональных неравенствах и основных методах их решения | |
| *б) воспитательные* | | Воспитывать у учащихся добросовестное отношение к труду и знаниям, коммуникативному сотрудничеству. | |
| *в) развивающие* | | Развивать умения наблюдать, сопоставлять, сравнивать и обобщать результаты проделанных вычислений | |
| **Технологии, используемые на уроке** | | Здоровьесберегающая, ТРКМ | |
| **Оборудование (ТСО) используемое на уроке** | | Меловая доска, мел. | |
|  | | | |
| **Планируемые результаты** | | | |
| ***Предметные:***  упорядочить, расширить и укрепить свои знания по теме «Иррациональные неравенства» | ***Метапредметные:***  *познавательные* – определять логические связи между предметами и явлениями  *регулятивные* – владение основами самоконтроля, самооценки, принятия решений и осуществления осознанного выбора в учебной и познавательной деятельности;  *коммуникативные* – умение слушать и вступать в диалог, уважение к чужому мнению, требовательное отношение к себе и своей работе. | | ***Личностные:***  продолжат формирование познавательных интересов. |

|  |  |
| --- | --- |
| **Конспект урока** | |
| **Актуализация знаний**  **(6 мин.)** | *Учитель:* Здравствуйте, ребята. Сегодня мы завершаем с вами изучение иррациональных неравенств. С какими трудностями вы столкнулись при выполнении домашнего задания?  Давайте обсудим, как будет проводиться решение следующего неравенства:  *Учитель:* С чего необходимо начать?  *Учащиеся:* Определить ОДЗ.  *Учитель:* Какими условиями оно определяется?  *Учащиеся:* Знаменатель дроби не должен равняться нулю и подкоренное выражение должно быть неотрицательным или равным нулю.  *Учитель:* Что можно сделать следующим шагом?  *Учащиеся:*  *-* Умножить на знаменатель  - Перенести единицу в левую часть и привести к общему знаменателю  *Учитель:* Со вторым предположением я согласна, а первое нам не подходит, как думаете, почему?  *Учащиеся:* Может привести к образованию лишних корней, или наоборот потере.  *Учитель:* Хорошо, после того как привели к общему знаменателю получили дробь больше нуля. Какие мы знаем случаи, когда дробь положительна?  *Учащиеся:* Когда числитель и знаменатель одновременно положительны или отрицательны.  *Учитель:* Правильно, тогда в решении что мы получим?  *Учащиеся:* Совокупность двух систем. В первой системе выражения числителя и знаменателя будет больше нуля, во второй наоборот меньше.  *Учитель:* Правильно, предлагаю дома самостоятельно решить данное неравенство. |
| **Изучение нового материала**  **(20 мин)** | *Учитель:* Переходим с рассмотрению следующих иррациональных неравенств.  **Пример 1.**  *Учитель:*При решении такого рода неравенств, для начала следует учесть тот момент, что подкоренные выражения должны быть неотрицательны или равны нулю. Затем, видя, что у нас ни перед какими корнями нет знака минус, смело возводим обе части неравенства во вторую степень, сохраняя знак неравенства.  ;  Затем уединяем знак радикала.  ;  Мы получили иррациональное неравенство, в котором переменная *x* находится не только под знаком радикала, значит будем рассматривать два случая, когда ) принимает отрицательные значения, и когда положительные. Запишем это в виде системы двух неравенств:  .  Видим, что вторая система не имеет решений. Графически изобразим решение первой системы:  https://sun1-54.userapi.com/s/v1/if2/ln06K3MUl474Tv6FeoFPcnPLXmagu0-18hgcKYPWTwZMt2mJRMkzfgGejTNG-J_K2Gn0ag32oD-k7XbAIOtoZuOM.jpg?size=889x1600&quality=95&type=album  **Пример 2.**  *Учитель:* Посмотрите внимательно на данное неравенство. Что мы можем сказать, про его левую часть?  *Учащиеся:* Она будет положительна.  *Учитель:* Для любых значений *x*?  *Учащиеся:* Нет, только на области существования корней.  ;  Ответ:  **Пример 3.**  *Учитель:* Данное неравенство не так однозначно, как предыдущее. Здесь помимо обнаружения ОДЗ, решается неравенство посредством возведения во вторую степень (левая и правая части неотрицательны) с сохранением знака.  Получим:  Последнее неравенство верно для любого .  Ответ: [-1;3]  *Учитель:* Если перед нами представлено уравнение вида: , что необходимо сделать для его решения?  *Учащиеся:* перенести в правую часть, и тогда получим неравенство, в которой обе части положительны, и указав ОДЗ будем возводить во втору степень, сохраняя знак неравенства. |
| **Закрепление изученного материала**  **(14 мин.)** | *Учитель:* Предлагаю вам самостоятельно решить:       |  |  | | --- | --- | | 1 | 2 | | ; 1] |  | |
| **Подведение итогов урока. Рефлексия.**  **(5 мин.)** | *Учитель:* С какими видами иррациональных неравенств мы сегодня встретились?  Учащиеся: неравенства, в которых встречаются два или три различных квадратных корня  *Учитель:* Как всегда, обобщая проделанную нами работу попытаемся составить равносильные системы для иррациональных неравенств:   |  |  | | --- | --- | |  |  | |  |  | |  |  | |  |  | |