**Методика решения заданий 18 ЕГЭ по информатике**

**«Определение истинности логического выражения»**

С недавних пор в ЕГЭ по информатике 18 задание стало одним из наиболее «опасных» для учащихся, вызывает боязнь при решении его. Одной из причин такого страха я вижу многовариативность заданий и не совсем эффективность владения школьниками аппаратом математической логики. Несмотря на то, что он состоит всего лишь из шести логических операций и немногочисленного числа логических законов и равенств, учащиеся не в полной мере обладают умениями владеть теми знаниями, которые они приобрели. В данной статье я постараюсь рассмотреть сравнительно новые задания ЕГЭ по информатике и, возможно, после этого учащиеся «полюбят» эти задания. Итак, начнем.

Задание 1. Укажите наименьшее целоезначение *А*, при котором выражение

### (*y* + 3*x* < *A*) ∨ (*x* > 20) ∨ (*y* > 40)

### истинно для любых целых положительных значений *x* и *y*.

### Решение: рассмотрим выражение (*y* + 3*x* < *A*) ∨ (*x* > 20) ∨ (*y* > 40)=1. Изначально истинным должен быть истинным результат дизъюнкции трех скобок, в двух из которых мы может определить истинность их при заданных значениях х и у. Так вот, если хотя бы одна из скобок (*x* > 20) ∨ (*y* > 40) = 1, то (*y* + 3*x* < *A*) может принимать любое значение истинности. Именно поэтому мы рассмотрим вариант, когда (*x* > 20) ∨ (*y* > 40)=0 (а это такие х и у, что $x\leq 20 и y\leq 40)$, тогда отсюда мы сможем сделать единственный вывод о том, что неравенство (*y* + 3*x* < *A*) должно быть истинным. Другими словами, мы должны найти такие х и у, которые будут являться решением системы неравенств:

### $$\left\{\begin{array}{c}x\leq 20\\y\leq 40\\y+3x<A\end{array}\right.$$

Рассмотрим графический способ решения данной системы, и найдем пары (х,у), которые будут являться решением первых двух неравенств системы – заштрихованная область на координатной плоскости (рис. 1):

Эти же числа и должны удовлетворять третьему неравенству системы. Построим его на числовой плоскости. Выразим у через х, получаем, что $y<-3x+A$ – линейное неравенство. Чтобы построить область его решений на плоскости, мы должны построить прямую $y=-3x+A$. Вспомним общее уравнение прямой $y=kx+b$, таким образом получаем, что искомый параметр А, это свободный коэффициент прямой, который отвечает за сдвиг прямой относительно оси ординат. Поэтому построим прямую $y=-3x$ (красный цвет на рисунке) и посмотрим, как необходимо будем осуществить сдвиг. искомая область будет лежать ниже данной прямой и она должна перекрыть область $x\leq 20 и y\leq 40$**.**

рис.1

*у=40*

*х=20*

*х*

*у*

*В (20;40)*

*сдвиг*

Таким образом линию $y=-3x$ необходимо сдвинуть вверх до точки В (20;40), именно это минимально возможная точка, в которой все при области пересекутся. Отсюда получаем, что при х=20, а у=40 $A>40+3∙20=100$. То есть $A>100$ и ответ – минимальное А=101.

***Задание 2****. Укажите наименьшее целое**значение А, при котором выражение*

### *(2y - x < A) ∨ (x + 2y > 50) ∨ (2x + y < 40)*

### *истинно для любых целых положительных значений x и y.*

### Решение: рассмотрим выражение (2*y -* *x* < *A*) ∨ (*x* + 2y > 50) ∨ (2*x + y* < 40)=1. Изначально истинным должен быть результат дизъюнкции трех скобок, в двух из которых мы можем определить их истинность при заданных значениях х и у. Так вот, если хотя бы одна из скобок

### (*x* + 2y > 50) ∨ (2*x + y* < 40) = 1, то (2*y -* *x* < *A*) может принимать любое значение истинности. Именно поэтому мы рассмотрим вариант, когда (*x* + 2y > 50) ∨ (2*x + y* < 40) = 0, а это такие х и у, что $x + 2y \leq 50 и 2x + y \geq 40$, тогда отсюда мы сможем сделать единственный вывод о том, что неравенство (2*y -* *x* < *A*) должно быть истинным. Другими словами, мы должны найти такие х и у, которые будут являться решением системы неравенств:

$$\left\{\begin{array}{c}x+2y\leq 50\\2x+y\geq 40\\2y-x<A\end{array}\right.$$

Рассмотрим графический способ решения данной системы, и найдем пары (х,у), которые будут являться решением первых двух неравенств системы – заштрихованная область на координатной плоскости (рис. 2):

рис.2

Эти же числа и должны удовлетворять третьему неравенству системы. Построим его на числовой плоскости. Выразим у через х, получаем, что $y<x/2+A/2$ – линейное неравенство. Чтобы построить область его решений на плоскости, мы должны построить прямую $y=x/2+A/2$. Вспомним общее уравнение прямой $y=kx+b$, таким образом получаем, что искомый параметр А, это свободный коэффициент прямой, который отвечает за сдвиг прямой относительно оси ординат. Поэтому построим прямую $y=x/2$ (красный цвет на рисунке) и посмотрим, как необходимо будет осуществить сдвиг. Искомая область будет лежать ниже данной прямой и она должна перекрыть заштрихованную область. Таким образом линию $y=x/2$ необходимо сдвинуть вверх до точки В (10;20), именно это минимально возможная точка, в которой все три области пересекутся. Отсюда получаем, что при х=10, а у=20 $A>2\*20-10=30$. То есть $A>30$ и таким образом получаем

**ответ – минимальное А=31.**

***Задание 3****. Укажите наименьшее целое**значение А, при котором выражение*

*(5y - x > A) ∨ (2x + 3y < 90) ∨ (y -2x < -50)*

*истинно для любых целых положительных значений x и y.*

### Решение: рассмотрим выражение (5*y -* *x* > *A*) ∨ (2*x* + 3y < 90) ∨ (*y -*2*x* < -50)=1. Изначально истинным должен быть результат дизъюнкции трех скобок, в двух из которых мы можем определить их истинность при заданных значениях х и у. Так вот, если хотя бы одна из скобок

### (2*x* + 3y < 90) ∨ (*y -*2*x* < -50) = 1, то (5*y -* *x* > *A*) может принимать любое значение истинности. Именно поэтому мы рассмотрим вариант, когда (2*x* + 3y < 90) ∨ (*y -*2*x* < -50) = 0, а это такие х и у, что $2x + 3y\geq 90 и y-2x \geq -50$, тогда отсюда мы сможем сделать единственный вывод о том, что неравенство (5*y -* *x* > *A*) должно быть истинным. Другими словами, мы должны найти такие х и у, которые будут являться решением системы неравенств:

$$\left\{\begin{array}{c}2x+3y\geq 90\\y-2x\geq -50\\5y-x>A\end{array}\right.$$

Аналогично предыдущим заданиям, рассмотрим графический способ решения данной системы, и найдем пары (х,у), которые будут являться решением первых двух неравенств системы – заштрихованная область на координатной плоскости (рис. 3):



рис.3

Эти же числа и должны удовлетворять третьему неравенству системы. Построим его на числовой плоскости. Выразим у через х, получаем, что $y>x/5+A/5$ – линейное неравенство. Чтобы построить область его решений на плоскости, мы должны построить прямую $y=x/5+A/5$. Вспомним общее уравнение прямой $y=kx+b$, таким образом получаем, что искомый параметр А, это свободный коэффициент прямой, который отвечает за сдвиг прямой относительно оси ординат. Поэтому построим прямую $y=x/5$ (красный цвет на рисунке) и посмотрим, как необходимо будет осуществить сдвиг. Искомая область будет лежать выше данной прямой и она должна перекрыть заштрихованную область. Таким образом линию $y=x/5$ необходимо сдвинуть вверх до точки В (30;10), именно это минимально возможная точка, в которой все три области пересекутся. Отсюда получаем, что при х=30, а у=10 $A<5\*10-30=20$. То есть $A<20$ и таким образом получаем

**ответ – минимальное А=19.**

*Задание 4. Укажите наибольшее целое**значение А, при котором выражение*

$$\left(5x+2y\ne 51\right)∨\left(A<x\right)∨\left(A<3y\right)$$

*истинно для любых целых положительных значений x и y.*

### Решение: рассмотрим выражение $\left(5x+2y\ne 51\right)∨\left(A<x\right)∨\left(A<3y\right)=1$. Изначально истинным должен быть истинным результат дизъюнкции трех скобок, и только уже в одной мы может определить истинность высказывания при заданных значениях х и у – это $5x+2y\ne 51$.

### Предположим, что это высказывание истинно, тогда $\left(A<x\right)∨\left(A<3y\right) мо$жет быть как истинным так и ложным – этот вариант не «наш». Остается только одно, что $5x+2y\ne 51$ - ложно, то есть нужно найти такие x и y, при которых это высказывание ложно, это будут точки, лежащие на прямой $5x+2y=51$ в той части прямой, которая лежит в первой четверти координатной плоскости, так как по условию задания нам дано, что *x* и *y* целые положительные числа. И при этих x и y высказывание $\left(A<x\right)∨\left(A<3y\right)=1$. Здесь задача сводится к нахождению такой «критической» точки – пары *x* и *y,* , которая дает нам ложность высказывания $5x+2y\ne 51$, а $\left(A<x\right)∨\left(A<3y\right)$ - истинно. Эта точка будет точка пересечения графика функции $5x+2y=51$ и $x=3y$. Это точка с координатами (9,3), то есть искомые $x=9, y=3$. При подстановке в высказывание $\left(A<x\right)∨\left(A<3y\right)$ получаем, что $A<9$, следовательно наибольшее А=8. Это наш ответ.

### Докажем, что точка пересечения является искомой. Рассмотрим графики $5x+2y=51$ и $x=3y$ на координатной плоскости (схематично, рис.4):

Все точки, лежащие на линии $5x+2y=51,$ приводят высказывание $5x+2y\ne 51 $в ложь. Если быть точнее, то это точки отрезка ВМ, сами точки В и М не удовлетворяют этому условию. Так почему же точка С является искомой? Эта точка разбивает отрезок ВМ на три части – отрезки ВС, СМ и сама точка С.

Рассмотрим каждую из частей:

1. отрезок ВС – это отрезок, на котором лежат точки, у которых абсциссы меньше 9, а ординаты больше 3.

рис.4

При подстановке имеющихся пар х и у мы получаем, что высказывание $5x+2y\ne 51-ложно, $ а $\left(8<x\right)- ложно, а \left(8<3y\right)- истино$, то есть общее высказывание $(5x+2y\ne 51)∨\left(8<x\right)∨\left(8<3y\right)$ будет принимать истинное значение при любых х и у лежащих на отрезке ВС

2. отрезок СМ – это отрезок, на котором лежат точки, у которых абсциссы больше 9, а ординаты меньше 3. При подстановке имеющихся пар х и у мы получаем, что также высказывание $5x+2y\ne 51-ложно, $ а вот $\left(8<x\right) станет истинным, а \left(8<3y\right)- ложным$, то есть аналогично общее высказывание $(5x+2y\ne 51)∨\left(8<x\right)∨\left(8<3y\right)$ будет принимать истинное значение при любых х и у лежащих на отрезке СМ.

3. Точка С имеет координаты, где $x=9, y=3$, при этом $\left(8<x\right) и \left(8<3y\right)$ будут принимать истинные значения и следовательно все исходное высказывание будет истинным. Что и требовалось доказать.

*Задание 5. Укажите* ***наименьшее*** *целое**значение А, при котором выражение*

*(3y + x ≠ 22) ∨ (A > 5x – 8) ∧ (A > 2y + 3)*

### *истинно для любых целых положительных значений x и y.*

**Решение:** Также как и в предыдущей задаче, истинное значение *(A > 5x – 8) ∧ (A > 2y + 3)* принимает только при условии, что *(3y + x ≠ 22)* ложно. При истинном значении этого высказывания, высказывание *(A > 5x – 8) ∧ (A > 2y + 3)* теряет смысл (оно может принимать любые значения). Но отличие состоит в том, что истинным высказывание будет только при условии, что истинными должны быть и *(A > 5x – 8)* и *(A > 2y + 3)* одновременно, то есть надо найти такие х и у, которые приводят эти высказывания в истинный смысл. Рассмотрим координатную плоскость и прямую *3y + x = 22,*точнее ее часть, которая находиться в первой четверти координатной плоскости, т.к. по условию числа х и у целые положительные (рис.5) :

Все координаты точек, лежащих на прямой *3y + x = 22* в первой четверти, будут удовлетворять условию, что высказывание *3y + x ≠ 22* – ложно. Искомые х и у, для которых нужно найти *А* это будут наибольшие значения х и у всех координат точек прямой.

рис.5

Наибольшее целое значение х=21 (так как точка с координатами (22,0) нам не подходит потому, что по условию х и у положительные) , наибольшее целое значение у=7. Подставляем в *(A > 5x – 8) ∧ (A > 2y + 3).*Получаем, что *(A > 97) ∧ (A > 17)*, то есть наименьшее значение *А* будет равно 98.

### Проверим: *(3y + x ≠ 22) ∨ (98 > 5x – 8) ∧ (98 > 2y + 3)*. Понятно, что все х и у, при которых *(3y + x ≠ 22)* ложно – это координаты точек прямой *3y + x = 22*, точка, у которой максимально возможные координаты, это точка (21,0), подставляем: *(98 > 97) ∧ (98 > 0)* высказывание истинно. Другая точка с координатами (1,7) - *(98 > -3) ∧ (98 > 17)* – истинное высказывание. Тем самым получаем, что при любых х и у, являющихся координатами прямой *3y + x = 22*, лежащих в первой четверти координатной плоскости приведут высказывание *(3y + x ≠ 22) ∨ (98 > 5x – 8) ∧ (98 > 2y + 3)* в истинное значение. А ответом на наше задание будет *А=98*.

**Вывод:** у многих учащихся и даже преподавателей задание 18 «Определение истинности логического выражения» вызывает затруднения, так как год от года появляются все новые и новые задания, но рассмотренный графический способ, я надеюсь, позволит существенно повысить интерес к данной теме и тем самым повысить процент решаемости таких заданий.

В своей статье я рассмотрела решение различных заданий на определение истинности логического выражения, используя графический способ, показала применение его к разнообразным заданиям.

**Список литературы**

1. [http://kpolyakov.spb.ru/]
2. Информатика. Углубленный уровень: Учебник для 10 класса: в 2 ч. Ч.1/ К.Ю. Поляков, Е.А. Еремин. – М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2013
3. Математические основы информатики. Элективный курс: Учебное пособие. Андреева Е.В., Босова Л.Л., Фалина И.Н. – М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2005