МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ, НАУКИ И МОЛОДЕЖНОЙ
ПОЛИТИКИ КРАСНОДАРСКОГО КРАЯ
государственное автономное профессиональное образовательное учреждение
Краснодарского края
«Краснодарский информационно-технологический техникум»

МЕТОДИЧЕСКАЯ РАЗРАБОТКА

"Сборник практических заданий и упражнений по математике, способствующих усвоению, закреплению, проверке знаний."

Предназначено для студентов 1 курса.

Краснодар, 2018г.

Рецензенты: Т.А. Тудина- методист ГАПОУ КК КИТТ, преподаватель физики.

О.Д. Семенюк О.Д.- зам.директора по УВР ГАПОУ КК КИТТ, преподаватель математики

Составитель: учитель высшей категории, преподаватель математики Козырева Т.А.

Сборник практических заданий и упражнений по математике, способствующих усвоению, закреплению, проверке знаний."

Предназначено для студентов 1 курса.

Краснодар: 2018- 102 с.

Пособие адресована студентам 1 курса и преподавателям для подготовки к экзамену по математике.

Сборник содержит задания, подобранные по разделам и темам, проверяемым на экзамене, и включает задания разных типов и уровней сложности. Для каждого задания даны ответы, которые помогут в осуществлении контроля и оценки знаний, умений и навыков.

Рассмотрена

Цикловой методической комиссией

математики и естественнонаучных дисциплин

«____» _______________ 2018 г.

Председатель Т.А. Козырева

СОДЕРЖАНИЕ:

ВВЕДЕНИЕ

Опыт преподавания математики в системе профессионального образования показывает, что основная задача обучения – это обеспечение прочного и сознательного овладения обучающимися системой математических знаний и умений, необходимых в повседневной жизни и трудовой деятельности современного общества.

Данный материал предназначен для проведения промежуточной и итоговой аттестации по математике. Составлен на основе государственного стандарта среднего (полного) общего образования по математике, программы общеобразовательной учебной дисциплины «Математика: алгебра и начала математического анализа; геометрия» (далее — «Математика») предназначена для изучения математики в профессиональных образовательных организациях СПО, реализующих образовательную программу среднего общего образования в пределах освоения основной профессиональной образовательной программы СПО (ОПОП СПО) на базе основного общего образования при подготовке квалифицированных рабочих, служащих и специалистов среднего звена.

Пособие представляет собой попытку предложить:

- обучающимся некую модель, позволяющую подготовиться самостоятельно к текущему контролю и итоговой аттестации по алгебре и началам анализа; оценить уровень своей подготовки;
- преподавателям базу для составления тестов при контроле за успешностью освоения программы по предмету.

Проверяемые элементы содержания и виды деятельности:

Уметь:

- находить значения выражений, содержащих степени с рациональным показателем;
- преобразовывать выражения, содержащие степени с рациональным показателем, используя ее свойства:

- решать уравнения высших степеней.
- уметь графически истолковывать свойства функций;
- преобразовывать графики функций.

- устанавливать по графику функции ее важнейшие свойства.
- находить промежутки знакопостоянства;
- выяснить на каких промежутках функция возрастает, а на каких убывает;
- находить точки экстремума.
- преобразовывать тригонометрические выражения. Грамотно применяя тригонометрические формулы с использованием при необходимости справочных материалов.
- применять геометрические преобразования (деформацию и сдвиг) при построении графиков.
- решать простейшие тригонометрические уравнения;
- решать основные типы тригонометрических уравнений;
- решать простейшие тригонометрические неравенства.
- находить производные и первообразные элементарных функций;
- использовать производную для изучения свойств функций и построения графиков;
- находить угловой коэффициент и угол наклона касательной к графику функции в данной точке;
- находить скорость изменения функции в точке;

- применять производную для проведения приближенных вычислений, решать задачи прикладного характера на нахождение наибольшего и наименьшего значения;
- вычислять в простейших случаях площади и объемы с использованием определенного интеграла;
- находить первообразную используя правила и таблицу первообразных;

- использовать первообразную при решении физических задач.

использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:

решения прикладных задач, в том числе социально-экономических и физических, на наибольшие и наименьшие значения, на нахождение скорости и ускорения

- решать рациональные, показательные, логарифмические, тригонометрические уравнения, сводящиеся к линейным и квадратным, а также аналогичные неравенства и системы;
- использовать графический метод решения уравнений и неравенств;
- изображать на координатной плоскости решения уравнений, неравенств и систем с двумя неизвестными;
- составлять и решать уравнения и неравенства, связывающие неизвестные величины в текстовых (в том числе прикладных) задачах.

- использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни: для построения и исследования простейших математических моделей.
- вычислять в простейших случаях вероятности событий на основе подсчета числа исходов;
- использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни:
- для анализа реальных числовых данных, представленных в виде диаграмм, графиков;
- анализа информации статистического характера.
- решать планиметрические и простейшие стереометрические задачи на нахождение геометрических величин (длин, углов, площадей, объемов);
- использовать при решении стереометрических задач планиметрические факты и методы;

- вычисления объемов и площадей поверхностей пространственных тел при решении практических задач, используя при необходимости справочники и вычислительные устройства.

СТРУКТУРА РАБОТЫ:

работа состоит из 3-х частей.

Первая часть направлена на проверку базовой подготовки обучающихся по темам, выносимых на экзамен и состоит из 20 заданий базового уровня сложности по каждой теме, соответствующего обязательному минимуму содержания образования. К каждой теме приложен необходимый теоретический материал в виде формул (приложение 1), образцы решения некоторых заданий.

Вторая часть- на дифференцированную проверку в достаточно широком диапазоне уровней владения материалом.

Критерии оценивания:

Каждое задание 1 части оценивается 1 балом:

0-5 баллов – «2»;

6-7баллов – «3»;

8-9 баллов – «4»;

10 баллов – «5».

Ответы к заданиям работы прилагаются.

Каждое задание 2 части оценивается: каждое задание оценивается части1-1 баллом,

части 2 согласно приложению 1.

Отметка по пятибалльной шкале	«2»	«3»	«4»	«5»
Общий балл	Выполнено менее 6 заданий в части 1	При выполнении минимального критерия		

	(от 0 до 5 баллов за часть 1)			
		6-7 баллов	8-10 баллов	11-14баллов

Критерии оценки задания С1-С2.

Задание С1-С2 оцениваются согласно следующим критериям:

Критерии оценки выполнения задания С1

В представленном решении обоснованно получен верный ответ	2
Верно решено уравнение, но не проведен отбор корней, или верно найдены только корни из заданного отрезка	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

Критерии оценки выполнения задания С2

В представленном решении обоснованно получен верный ответ	2
Решение содержит обоснованный переход к планиметрической задаче, но получен неверный ответ, или при правильном ответе решение недостаточно обосновано	1
Решение не соответствует ни одному из критериев, перечисленных выше	0
Максимальный балл	2

Третья часть содержит приложения: для студентов- указания по выполнению ВСР, формулы и алгоритм решения заданий; методические рекомендации преподавателям- по выполнению практических заданий, по написанию контрольных работ.

РАЗДЕЛ 1.

ТЕМА 1. ПРОСТЕЙШИЕ ТЕКСТОВЫЕ ЗАДАЧИ

1. Стоимость проезда в пригородном электропоезде составляет 198 рублей. Школьникам предоставляется скидка 50%. Сколько рублей стоит проезд группы из 4 взрослых и 12 школьников?

Ответ: 1980

1. Чашка, которая стоила 90 рублей, продаётся с 10%-й скидкой. При покупке 10 таких чашек покупатель отдал кассиру 1000 рублей. Сколько рублей сдачи он должен получить?

Ответ: 190

2. Альбом, который стоил 120 рублей, продаётся с 25%-ой скидкой. При покупке 5 таких альбомов покупатель отдал кассиру 500 рублей. Сколько рублей сдачи он должен получить?

Ответ: 50

3. Чайник, который стоил 800 рублей, продаётся с 5%-ой скидкой. При покупке этого чайника покупатель отдал кассиру 1000 рублей. Сколько рублей сдачи он должен получить?

Ответ: 240

4. Набор полотенец, который стоил 200 рублей, продаётся с 3%-й скидкой. При покупке этого набора покупатель отдал кассиру 500 рублей. Сколько рублей сдачи он должен получить?

Ответ: 306

5. Пылесос, который стоил 3500 рублей, продаётся с 10%-й скидкой. При покупке этого пылесоса покупатель отдал кассиру 5000 рублей. Сколько рублей сдачи он должен получить?

Ответ: 1850

6. Блюдце, которое стоило 40 рублей, продаётся с 10%-й скидкой. При покупке 10 таких блюдец покупатель отдал кассиру 500 рублей. Сколько рублей сдачи он должен получить?

Ответ: 140

7. Городской бюджет составляет 45 млн. р., а расходы на одну из его статей составили 12,5%. Сколько рублей потрачено на эту статью бюджета?

Ответ: 5625000

8. Перед представлением в цирк для продажи было заготовлено некоторое количество шариков. Перед началом представления было продано $\frac{2}{5}$всех воздушных шариков, а в антракте – еще 12 штук. После этого осталась половина всех шариков. Сколько шариков было первоначально?

Ответ: 120

9. Сберегательный банк начисляет на срочный вклад 20% годовых. Вкладчик положил на счет 800 р. Какая сумма будет на этом счете через год, если никаких операций со счетом проводиться не будет?

Ответ: 960

10. Товар на распродаже уценили на 20%, при этом он стал стоить 680 р. Сколько стоил товар до распродажи?

Ответ: 850

11. Государству принадлежит 60% акций предприятия, остальные акции принадлежат частным лицам. Общая прибыль предприятия после уплаты налогов за год составила 40 млн. р. Какая сумма из этой прибыли должна пойти на выплату частным акционерам?

Ответ: 16000000

12. Акции предприятия распределены между государством и частными лицами в отношении 3:5. Общая прибыль предприятия после уплаты налогов за год составила 32 млн. р. Какая сумма из этой прибыли должна пойти на выплату частным акционерам? *Ответ укажите в рублях.*

Ответ: 20000000

13. На пост председателя школьного совета претендовали два кандидата. В голосовании приняли участие 120 человек. Голоса между кандидатами распределились в отношении 3:5. Сколько голосов получил победитель?

Ответ: 75

14. Число хвойных деревьев в парке относится к числу лиственных как 1:4. Сколько процентов деревьев в парке составляют лиственные?

Ответ: 80

15. Средний вес мальчиков того же возраста, что и Сергей, равен 48 кг. Вес Сергея составляет 120% среднего веса. Сколько весит Сергей?

Ответ: 57,6

16. В начале года число абонентов телефонной компании «Север» составляло 200 тыс. чел., а в конце года их стало 210 тыс. чел. На сколько процентов увеличилось за год число абонентов этой компании?

Ответ: 5

17. Городской бюджет составляет 45 млн. р., а расходы на одну из его статей составили 12,5%. Сколько рублей потрачено на эту статью бюджета?

Ответ: 5625000

18. На счет в банке, доход по которому составляет 15% годовых, внесли 24 тыс. р. Сколько тысяч рублей будет на этом счете через год, если никаких операций со счетом проводиться не будет?

Ответ: 27,6

19. Какая сумма (в рублях) будет проставлена в кассовом чеке, если стоимость товара 520 р., и покупатель оплачивает его по дисконтной карте с 5%-ной скидкой?

Ответ: 49421. Прибыль составляет 111/4% продажной стоимости товара. Сколько это составит процентов от себестоимости товара?

Ответ: ≈ 12,7%.

22. При перегоне нефти получается 30% керосина. Сколько керосина получается при перегонке 360 т нефти?

Ответ: а = 108 (т)

23. Турист прошел весь маршрут за три дня. В первый день он прошел 30% всего пути, во второй - 60% остатка, после чего ему осталось пройти на 1 км меньше, чем он прошел в первый день. Какова длина всего маршрута?

Ответ: длина всего маршрута 50 (км)

24. Цена товара повысилась на 25%. На сколько процентов надо снизить новую цену товара, чтобы получить первоначальную цену?

Ответ: новую цену товара надо снизить на 20%

25. Свежие грибы содержат по массе 90% воде, а сухие содержат 12% воды. Сколько получиться сухих грибов из 2кг (т.е.10% от 22кг).

Ответ: 2,5 (кг) - масса сухих грибов.

26. Из 2000 зерен пшеницы взошло 1800 зерен. Чему равен процент всхожести семян?

Ответ: r = 90%

27. Оператор ЭВМ должн был выполнить работу в определенный срок, ежедневно печатая определенное количество листов. Он рассчитал, что если будет печатать ежедневно на 2 листа больше установленной нормы, то окончит работу раньше намеченного срока на 2 дня, если же будет печатать на 60% больше нормы, то закончив работу на 4 дня раньше срока, напечатает на 8 листов больше намеченной работы. Сколько листов он должен был печатать в день и в какой срок окончить работу?

Ответ: норма 10 листов в день; срок исполнения 12 дней.

28. Два цеха на заводе изготовляют одинаковые станки. По плану вместе они должны выпускать 360 станков в год. Однако, первый цех перевыполнил план на 12%, а второй – на 15%. Известно, что оба завода выпустили сверх плана 48 станков. Сколько станков изготовили первый и второй цеха?

Ответ: первый цех изготовил 224 станка, второй-184.

29. Рабочий день сократился с 8 часов до 7 часов. На сколько процентов нужно повысить производительность труда, чтобы при тех расценках заработная плата возросла бы на n%?

Ответ. Производительность труда нужно повысить на $\frac{100+8n}{7}\%$.

30. В результате реконструкции цеха число высвободившихся рабочих заключено в пределах от 1,7 до 2,3% от общего числа рабочих цеха. Найдите минимальное число рабочих, которое могло быть занято в цехе до реконструкции.

Ответ. Искомое число – 44 рабочих.

31. Объем вещества А составляет половину суммы объемов веществ В и С, а объем веществ В составляет 20% суммы объемов веществ А и С. Найдите отношение объема веществ С к сумме объемов веществ А и В.

Ответ. Искомое соотношение равно1.

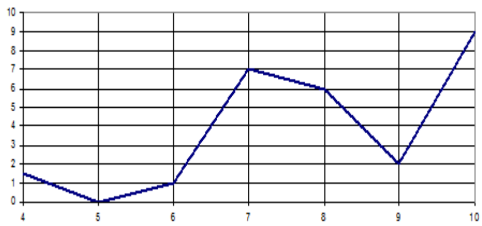
32. Банк начисляет ежегодно р% суммы вклада. Через сколько лет внесенная сумма увеличится в 5 раз?

Ответ. Число лет равно $n = \dfrac{1}{\log_5\left(1 + \dfrac{p}{100}\right)}.$

ТЕМА 2. ГРАФИКИ, ДИАГРАММЫ

№1

На рисунке изображен график осадков в г.Калининграде с 4 по 10 февраля 1974 г. На оси абсцисс откладываются дни, на оси ординат — осадки в мм. Определите по графику, сколько дней из данного периода осадков выпало между 2 и 8 мм.

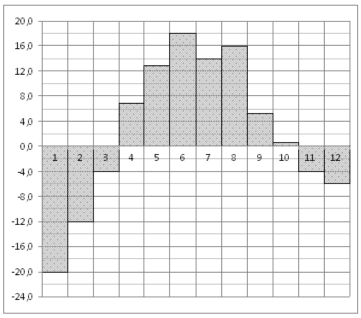


Ответ: **3**

№2

На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Екатеринбурге (Свердловске) за каждый месяц 1973 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали - температура в градусах Цельсия.

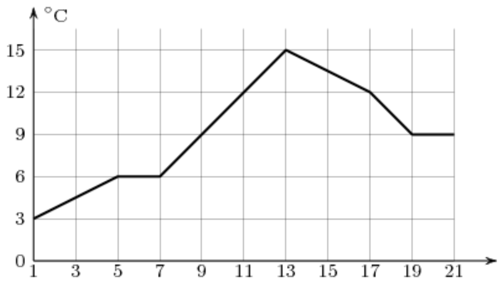
Определите по диаграмме разность между наибольшей и наименьшей среднемесячными температурами в 1973 году.



Ответ: **38**

№3

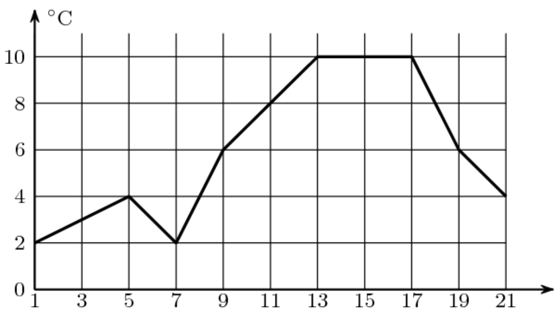
Посев семян тыквы рекомендуется проводить в мае при дневной температуре воздуха не менее $+12$ ° С. На рисунке показан прогноз дневной температуры воздуха в первой и второй декадах мая. Определите, в течение скольких дней за этот период можно производить посев тыквы.



Ответ: **7**

№4

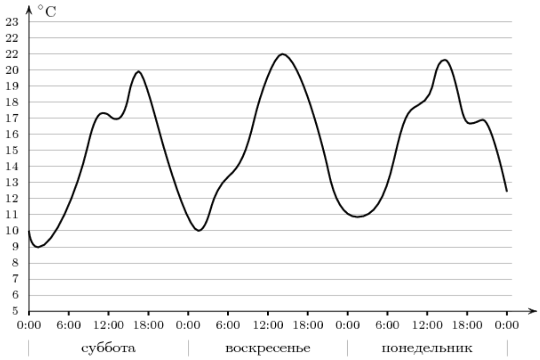
Первый посев семян петрушки рекомендуется проводить в апреле при дневной температуре воздуха не менее $+6$°[-1] С. На рисунке показан прогноз дневной температуры воздуха в первых трех неделях апреля. Определите, в течение скольких дней за этот период можно производить посев петрушки.



Ответ: **11**

№5

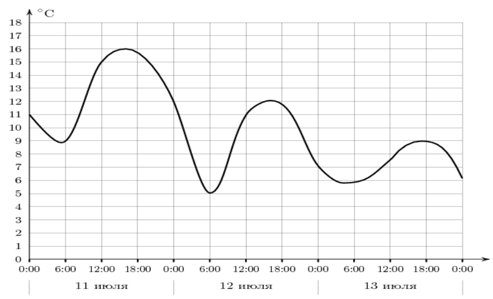
На графике показано изменение температуры воздуха в некотором населённом пункте на протяжении трех суток, начиная с 0 часов субботы. На оси абсцисс отмечается время суток в часах, на оси ординат — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по графику наименьшую температуру воздуха в ночь с субботы на воскресенье. Ответ дайте в градусах Цельсия.



Ответ: **10**

№6

На графике показано изменение температуры воздуха на протяжении трех суток, начиная с 0 часов 11 июля. На оси абсцисс отмечается время суток, на оси ординат — значение температуры в градусах. Определите по графику, до какой наибольшей температуры прогрелся воздух 13 июля. Ответ дайте в градусах Цельсия.

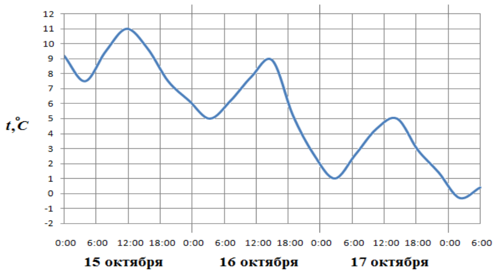


Ответ: **9**

№7

На рисунке показано изменение температуры воздуха на протяжении трех суток. По горизонтали указывается дата и время суток, по вертикали —

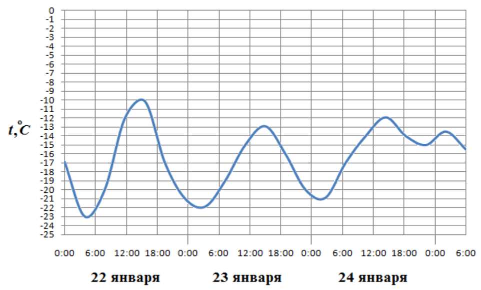
значение температуры в градусах Цельсия. Определите по рисунку наименьшую температуру воздуха 16 октября.



Ответ: **2**

№8

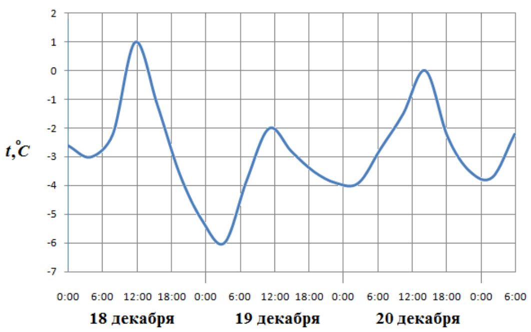
На рисунке показано изменение температуры воздуха на протяжении трех суток. По горизонтали указывается дата и время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по рисунку наибольшую температуру воздуха 22 января.



Ответ: **-10**

№9

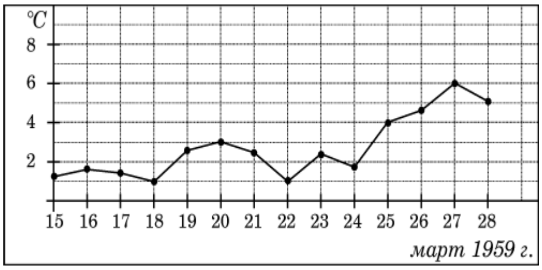
На рисунке показано изменение температуры воздуха на протяжении трех суток. По горизонтали указывается дата и время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по рисунку наименьшую температуру воздуха 19 декабря.



Ответ: **-6**

№10

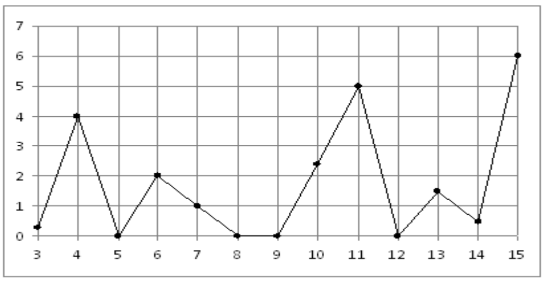
На рисунке жирными точками показана среднесуточная температура воздуха в Пскове каждый день с 15 по 28 марта 1959 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали - температура в градусах Цельсия. Для наглядности жирные точки соединены линией. Определите по рисунку, какой была наименьшая среднесуточная температура за указанный период.



Ответ: **1**

№11

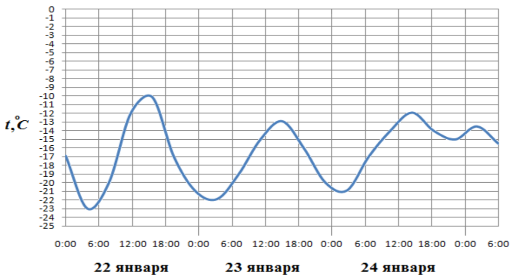
На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Казани с 3 по 15 февраля 1909 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, сколько дней из данного периода выпадало более 3 миллиметров осадков.



Ответ: **3**

№12

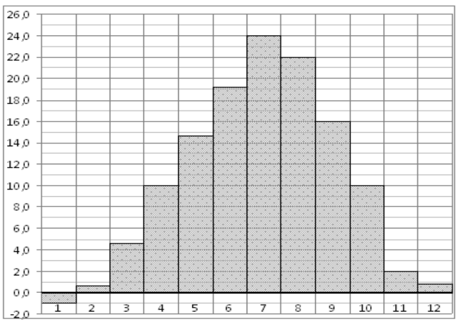
На рисунке показано изменение температуры воздуха на протяжении трех суток. По горизонтали указывается дата и время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по рисунку наименьшую температуру воздуха 23 января.



Ответ: **-22**

№13

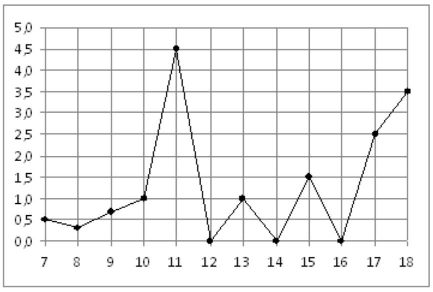
На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Симферополе за каждый месяц 1988 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали - температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме наибольшую среднемесячную температуру в 1988 году.



Ответ: **24**

№14

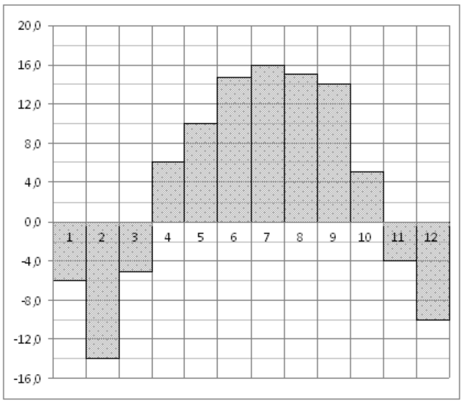
На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших в Элисте с 7 по 18 декабря 2001 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какого числа выпало наибольшее количество осадков.



Ответ: **11**

№15

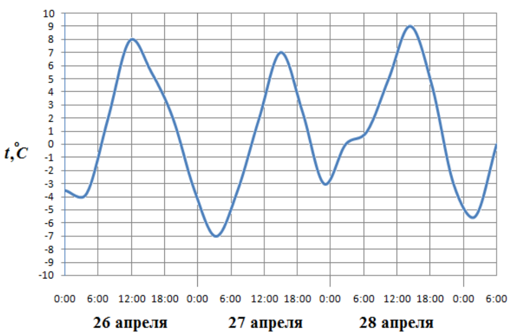
На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Нижнем Новгороде (Горьком) за каждый месяц 1994 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали - температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме наименьшую среднемесячную температуру в 1994 году.



Ответ: **-14**

№16

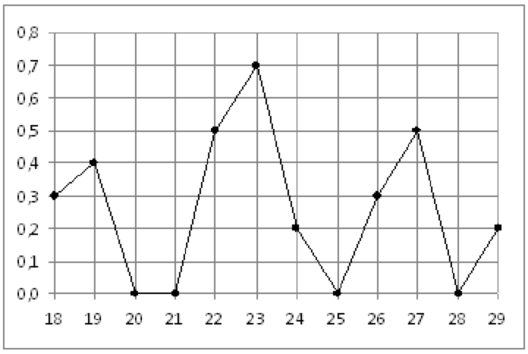
На рисунке показано изменение температуры воздуха на протяжении трех суток. По горизонтали указывается дата и время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по рисунку наибольшую температуру воздуха 27 апреля.



Ответ: **7**

№17

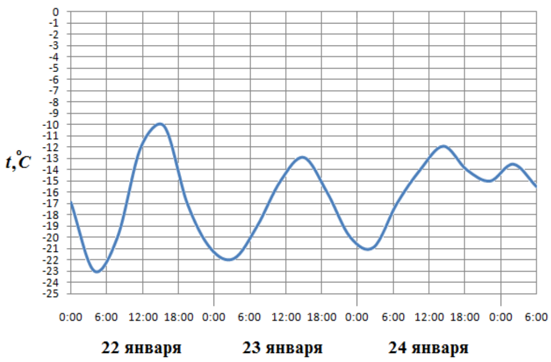
На рисунке жирными точками показано суточное количество осадков, выпадавших Якутске с 18 по 29 октября 1986 года. По горизонтали указываются числа месяца, по вертикали — количество осадков, выпавших в соответствующий день, в миллиметрах. Для наглядности жирные точки на рисунке соединены линией. Определите по рисунку, какое максимальное количество осадков выпадало за данный период.



Ответ: **0.7**

№18

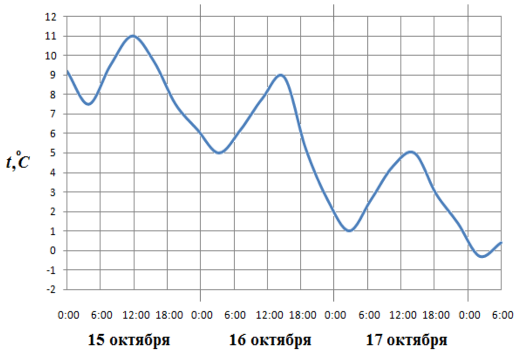
На рисунке показано изменение температуры воздуха на протяжении трех суток. По горизонтали указывается дата и время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по рисунку наибольшую температуру воздуха 24 января.



Ответ: **-12**

№19

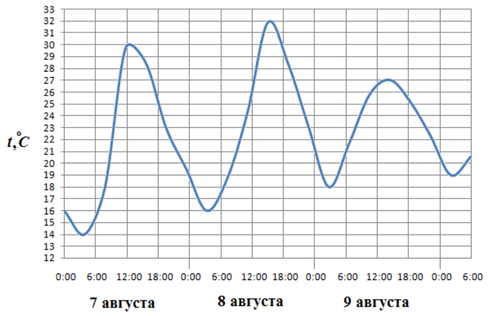
На рисунке показано изменение температуры воздуха на протяжении трех суток. По горизонтали указывается дата и время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по рисунку наибольшую температуру воздуха 17 октября.



Ответ: **5**

№20

На рисунке показано изменение температуры воздуха на протяжении трех суток. По горизонтали указывается дата и время суток, по вертикали — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по рисунку разность между наибольшей и наименьшей температурами воздуха 9 августа.



Ответ: **9**

ТЕМА 3. НАХОЖДЕНИЕ ЗНАЧЕНИЙ ВЫРАЖЕНИЙ

№1Найдите значение выражения: $\dfrac{x^{11}\cdot x^{9}}{x^{19}}$ при $x=7$.

Ответ: **7**

№2Найдите значение выражения: $\dfrac{48\sin 121^\circ\cdot\cos 121^\circ}{\sin 242^\circ}$.

Ответ: **24**

№3Найдите значение выражения $49^{\log_7 8}$.

Ответ: **64**

№4Найдите значение выражения $\log_{20}300 - \log_{20}0,75$

Ответ: **2**

№5Найдите значение выражения: $\dfrac{4\sin 50^\circ \cdot \cos 50^\circ}{\sin 100^\circ}$.

Ответ: **2**

№6Найдите значение выражения $\dfrac{\log_3 14}{\log_9 14}$.

Ответ: **2**

№7Найдите значение выражения: $6^{\sqrt{2}+4} \cdot 6^{-3-\sqrt{2}}$.

Ответ: **6**

№8Найдите значение выражения $9 \cdot 9^{\log_9 6}$.

Ответ: **54**

№9Найдите значение выражения $16^{\log_4 3}$.

Ответ: **9**

№10Найдите значение выражения $9^{\log_3 4}$.

Ответ: **16**

№11Найдите значение выражения: $\dfrac{14\sin 119^\circ \cdot \cos 119^\circ}{\sin 238^\circ}$.

Ответ: **7**

№12Найдите значение выражения $13 \cdot 10^{\log_{10} 2}$.

Ответ: **26**

№13Найдите значение выражения $81^{\log_9 8}$.

Ответ: **64**

№14Найдите значение выражения $9 \cdot 7^{\log_7 3}$.

Ответ: **27**

№15Найдите значение выражения $\frac{65}{9^{\log_9 5}}$.

Ответ: **13**

№16Найдите значение выражения: $\sqrt{15^2 - 12^2}$.

Ответ: **9**

№17Найдите значение выражения $5 \cdot 11^{\log_{11} 6}$.

Ответ: **30**

№18Найдите значение выражения $6 \cdot 7^{\log_7 2}$.

Ответ: **12**

№19Найдите значение выражения $16^{\log_4 7}$.

Ответ: **49**

№20Найдите значение выражения: $20 \cdot 4^{\log_4 1}$.

Ответ: **20**

ТЕМА 4. НАХОЖДЕНИЕ НАИБОЛЬШЕГО, НАИМЕНЬШЕГО ЗНАЧЕНИЯ ФУНКЦИИ

№1Найдите наибольшее значение функции $y = 3\cos x + 14x - 6$ на отрезке $[-\frac{3\pi}{2};0]$

Ответ: **-3**

№2Найдите наибольшее значение функции $y = 12x - 2\sin x + 3$ на отрезке $[-\frac{\pi}{2};0]$.

Ответ: **3**

№3Найдите наименьшее значение функции $y = 9\cos x + 14x + 7$ на отрезке $[0;\frac{3\pi}{2}]$.

Ответ: **16**

№4Найдите наименьшее значение функции $y = 2\cos x + 5x + 8$ на отрезке $[0;\frac{3\pi}{2}]$.

Ответ: **10**

№5Найдите наименьшее значение функции $y = 13x - 9\sin x + 9$ на отрезке $[0;\frac{\pi}{2}]$.

Ответ: **9**

№6Найдите наименьшее значение функции $y = 5\sin x - 12x + 6$ на отрезке $[-\frac{3\pi}{2};0]$.

Ответ: **6**

№7Найдите наименьшее значение функции $y = 5\sin x - 15x + 6$ на отрезке $[-\frac{3\pi}{2}; 0]$.

Ответ: **6**

№8Найдите наименьшее значение функции $y = 3\sin x - 10x + 4$ на отрезке $[-\frac{3\pi}{2}; 0]$.

Ответ: **4**

№9Найдите наименьшее значение функции $y = 10\cos x + 17x + 3$ на отрезке $[0; \frac{3\pi}{2}]$.

Ответ: **13**

№10Найдите наибольшее значение функции $y = 7\cos x + 16x - 2$ на отрезке $[-\frac{3\pi}{2}; 0]$.

Ответ: **5**

№11Найдите наименьшее значение функции $y = 6\cos x + 11x + 7$ на отрезке $[0; \frac{3\pi}{2}]$.

Ответ: **13**

№12Найдите наибольшее значение функции $y = 5tgx - 5x + 4$ на отрезке $[-\frac{\pi}{4}; 0]$.

Ответ: **4**

№13Найдите наибольшее значение функции $y = 12\cos x + 17x - 6$ на отрезке $[-\frac{3\pi}{2}; 0]$.

Ответ: **6**

№14Найдите наибольшее значение функции $y = 10tgx - 10x + 9$ на отрезке $[-\frac{\pi}{4}; 0]$.

Ответ: **9**

№15Найдите наименьшее значение функции $y = 3tgx - 3x + 7$ на отрезке $[0; \frac{\pi}{4}]$.

Ответ: **7**

№16Найдите точку максимума функции $y = (9 - x)e^{x+9}$.

Ответ: **8**

№17Найдите наименьшее значение функции $y = 7x - 7tgx + 5$ на отрезке $[-\frac{\pi}{4}; 0]$.

Ответ: **5**

№18Найдите наименьшее значение функции $y = 9\cos x - 13x + 3$ на отрезке $[-\frac{3\pi}{2}; 0]$.

Ответ: **12**

№19Найдите наибольшее значение функции $y = 11\cos x + 12x - 7$ на отрезке $[-\frac{3\pi}{2}; 0]$.

Ответ: **4**

№20Найдите наибольшее значение функции $y = 6\sin x - \frac{24}{\pi}x + 4$ на отрезке $[-\frac{5\pi}{6}; 0]$.

Ответ: **21**

ТЕМА 5. ВЫЧИСЛЕНИЕ ОПРЕДЕЛЕННОГО ИНТЕГРАЛА

1. Вычислите определенный интеграл $\int_0^{10} 2x\,dx$,
2. Вычислите определенный интеграл $\int_1^{21} dx$,
3. Вычислите определенный интеграл $\int_0^3 x^2\,dx$,
4. Вычислите определенный интеграл $\int_1^2 x\,dx$,
5. Вычислите определенный интеграл $\int_{-1}^3 (3x^2+1)\,dx$,
6. Вычислите определенный интеграл $3\int_0^2 (1+2x+x^2)\,dx$,
7. Вычислите определенный интеграл $\int_0^1 x(1-x)\,dx$,
8. Вычислите определенный интеграл $\int_0^3 (x-2)(x+2)\,dx$,
9. Вычислите определенный интеграл $\int_2^4 xxx\,dx$,
10. Вычислите определенный интеграл $\int_{13}^{25} a\,dx$.

11. Вычислите определенный интеграл $\int_1^3 (3x^2+6x)dx$

Ответ:1

12. Вычислите определенный интеграл $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x\, dx$

13. Вычислите определенный интеграл $\int_{-3}^{5} dx$

1 4. Вычислите определенный интеграл $\int_{-1}^{3} \frac{dx}{x+2}$

15. Вычислите определенный интеграл $\int_0^1 (4+x)dx$

16 Вычислите определенный интеграл $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x\, dx$

17 Вычислите определенный интеграл $\int_1^2 x\, dx$

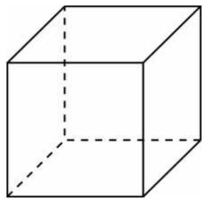
18 Вычислите определенный интеграл $\int_0^1 \frac{dx}{x+1}$

19. Вычислите определенный интеграл $\int_{\frac{\pi}{8}}^{\frac{\pi}{2}} \cos x\, dx$

20. Вычислить интеграл $\int_0^1 x^4 dx$.

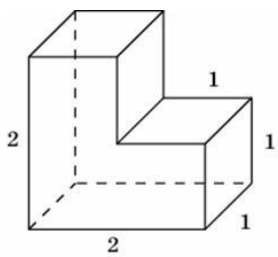
ТЕМА 6. СТЕРЕОМЕТРИЯ. ВЫЧИСЛЕНИЕ ПЛОЩАДИ И ОБЪЕМОВ ФИГУР

№1Объем куба равен 8. Найдите площадь его поверхности.



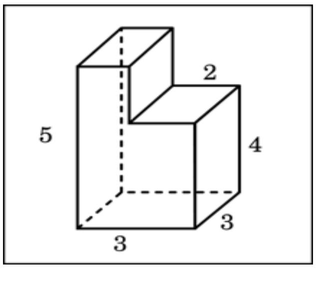
Ответ: 24

№2Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке, все двугранные углы которого прямые.

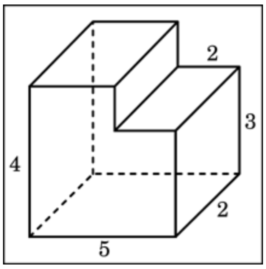


Ответ: 14

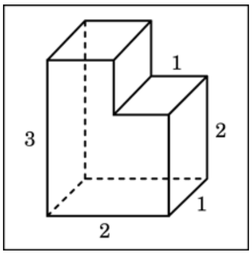
№3Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы многогранника прямые).



Ответ: 39

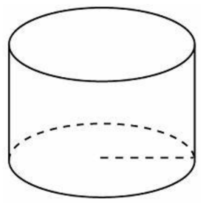
№4Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы многогранника прямые). 

Ответ: 36

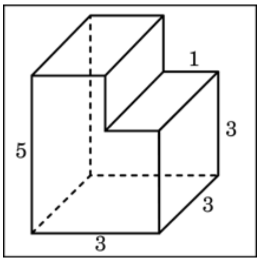
№5Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы многогранника прямые). 

Ответ: 5

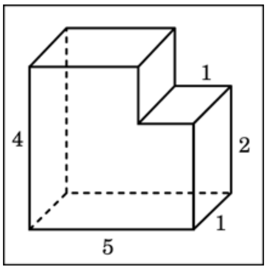
№6 Радиус основания цилиндра равен 2, высота равна 3. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра, деленную на π.



Ответ: 12

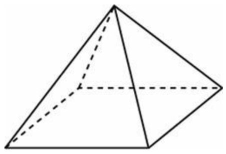
№7Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы многогранника прямые). 

№8Найдите обьем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы многогранника прямые).



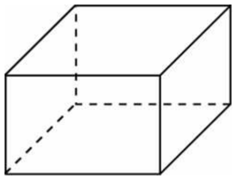
Ответ: 18

№9Стороны основания правильной четырехугольной пирамиды равны 10, боковые ребра равны 13. Найдите площадь поверхности этой пирамиды.



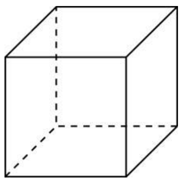
Ответ: 340

№10Два ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 3 и 4. Площадь поверхности этого параллелепипеда равна 94. Найдите третье ребро, выходящее из той же вершины.



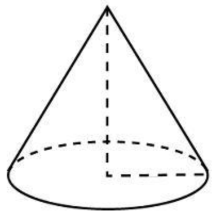
Ответ: 5

№11Во сколько раз увеличится площадь поверхности куба, если его ребро увеличить в три раза?



Ответ: 9

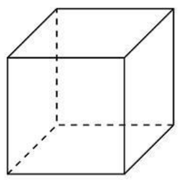
№12Во сколько раз увеличится площадь боковой поверхности конуса, если его образующую увеличить в 3 раза?



Ответ: 3

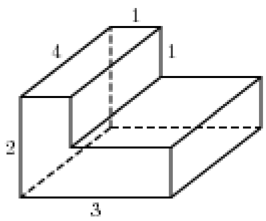
№13Два ребра прямоугольного параллелепипеда, выходящие из одной вершины, равны 1, 2. Площадь поверхности параллелепипеда равна 16. Найдите его диагональ.

Во сколько раз увеличится объем куба, если его ребра увеличить в три раза?



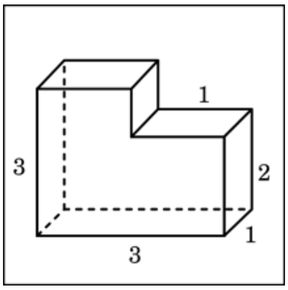
Ответ: 27

№14Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы прямые).



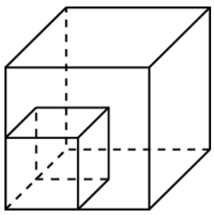
Ответ: 16

№15Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы многогранника прямые).



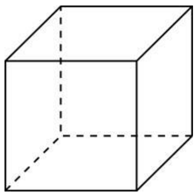
Ответ: 8

№16Во сколько раз увеличится площадь поверхности куба, если его ребро увеличить в два раза?



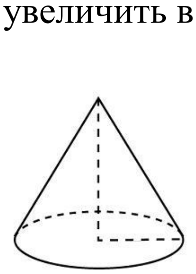
Ответ: 4

№17Площадь поверхности куба равна 24. Найдите его объем.



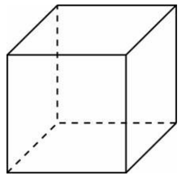
Ответ: 8

№18Во сколько раз увеличится объем конуса, если его радиус основания увеличить в 1,5 раза?



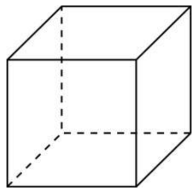
Ответ: 2.25

№19Объем куба равен 8. Найдите площадь его поверхности.



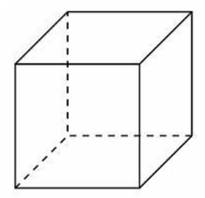
Ответ: 24

№20Объем куба равен 27. Найдите площадь его поверхности.



Ответ: 54

№21Найдите боковое ребро правильной четырехугольной призмы, если сторона ее основания равна 20, а площадь поверхности равна 1760.



Ответ: 12

ТЕМА 7. ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

№1В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что орел выпадет ровно один раз.

Ответ: 0.5

№2В случайном эксперименте симметричную монету бросают четырежды. Найдите вероятность того, что орел не выпадет ни разу.

Ответ: 0.0625

№3В среднем из 1000 садовых насосов, поступивших в продажу, 5 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.

Ответ: 0.995

№4В среднем из 500 садовых насосов, поступивших в продажу, 4 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.

Ответ: 0.992

№5В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды. Найдите вероятность того, что орел не выпадет ни разу.

Ответ: 0.125

№6В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что орел выпадет ровно один раз.

Ответ: 0.5

№7Фабрика выпускает сумки. В среднем на 100 качественных сумок приходится восемь сумок со скрытыми дефектами. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется качественной. Результат округлите до сотых.

Ответ: 0.93

№8Фабрика выпускает сумки. В среднем на 180 качественных сумок приходится две сумки со скрытыми дефектами. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется качественной. Результат округлите до сотых.

Ответ: 0.99

№9В случайном эксперименте бросают две игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 8 очков. Результат округлите до сотых.

Ответ: 0.14

№10В чемпионате по гимнастике участвуют 50 спортсменок: 19 из России, 14 из США, остальные — из Китая. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Китая.

Ответ: 0.34

№11Фабрика выпускает сумки. В среднем на 160 качественных сумок приходится четыре сумки со скрытыми дефектами. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется качественной. Результат округлите до сотых.

Ответ: 0.98

№12В среднем из 1000 садовых насосов, поступивших в продажу, 4 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.

Ответ: 0.996

№13В чемпионате по гимнастике участвуют 50 спортсменок: 22 из Великобритании, 19 из Франции, остальные — из Германии. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Германии.

Ответ: 0.18

№14В случайном эксперименте бросают три игральные кости. Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 4 очка. Результат округлите до сотых.

Ответ: 0.01

№15В среднем из 1400 садовых насосов, поступивших в продажу, 14 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.

Ответ: 0.99

№16 чемпионате по гимнастике участвуют 48 спортсменок: 16 из США, 14 из Мексики, остальные — из Канады. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Канады.

Ответ: 0.375

№17В чемпионате по гимнастике участвуют 64 спортсменки: 23 из Норвегии, 25 из Дании, остальные — из Швеции. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Швеции.

Ответ: 0.25

№18В чемпионате по гимнастике участвуют 50 спортсменок: 18 из России, 14 из Украины, остальные — из Белоруссии. Порядок, в котором выступают гимнастки, определяется жребием. Найдите вероятность того, что спортсменка, выступающая первой, окажется из Белоруссии.

Ответ: 0.36

№19Фабрика выпускает сумки. В среднем на 140 качественных сумок приходится четыре сумки со скрытыми дефектами. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется качественной. Результат округлите до сотых.

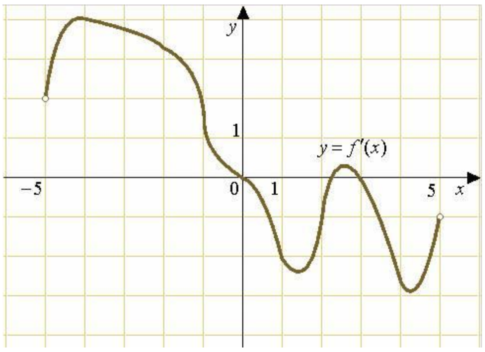
Ответ: 0.97

№20Фабрика выпускает сумки. В среднем на 120 качественных сумок приходится четыре сумки со скрытыми дефектами. Найдите вероятность того, что купленная сумка окажется качественной. Результат округлите до сотых.

Ответ: 0.97

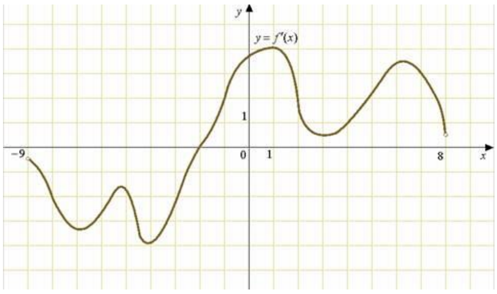
ТЕМА 8.ПРОИЗВОДНАЯ

№1На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-5;5)$. В какой точке отрезка $[-4;-1]$ $f(x)$ принимает наибольшее значение.



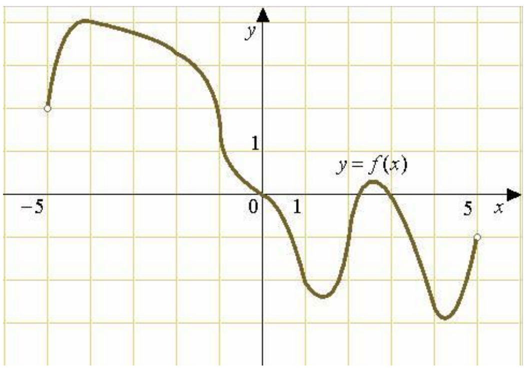
Ответ: **-1**

№2На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-9;8)$. В какой точке отрезка $[0;6]$ $f(x)$ принимает наибольшее значение.



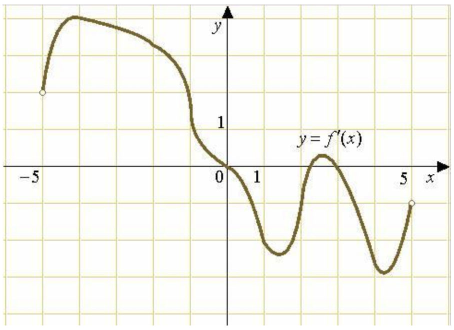
Ответ: **6**

№3На рисунке изображен график функции, определенной на интервале (-5;5). Определите количество целых точек, в которых производная функции $f(x)$ положительна.



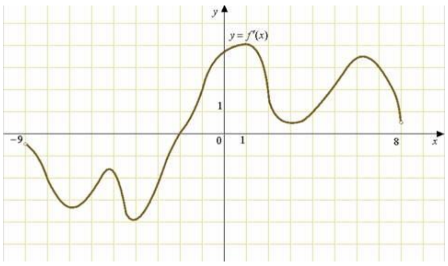
Ответ: **1**

№4На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-5;5)$. Найдите количество точек экстремума функции $f(x)$ на отрезке $[-4;4]$.



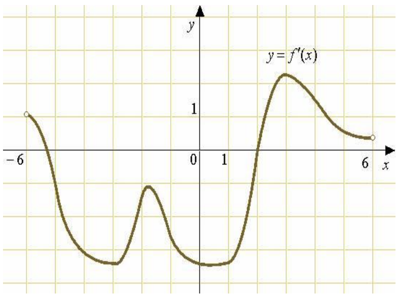
Ответ: **3**

№5На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-9;8)$. В какой точке отрезка $[-8;-4]$ $f(x)$ принимает наименьшее значение.



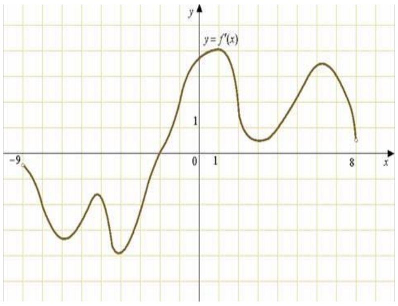
Ответ: **-4**

№6На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-6;6)$. В какой точке отрезка $[-4;0]$ $f(x)$ принимает наименьшее значение.



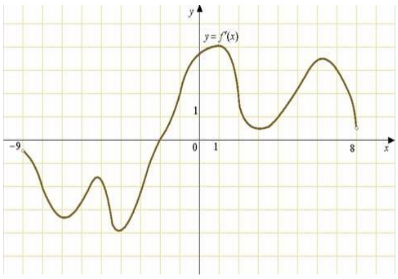
Ответ: **0**

№7На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-9;8)$. Найдите точку экстремума функции $f(x)$ на интервале $(-3;3)$.



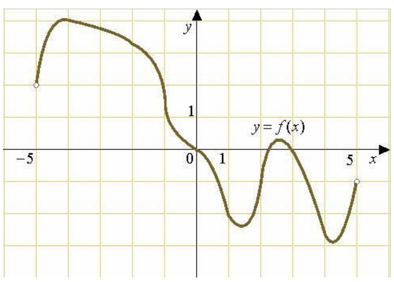
Ответ: **-2**

№8На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-9;8)$. В какой точке отрезка $[-7;-3]$ $f(x)$ принимает наибольшее значение.



Ответ: **-7**

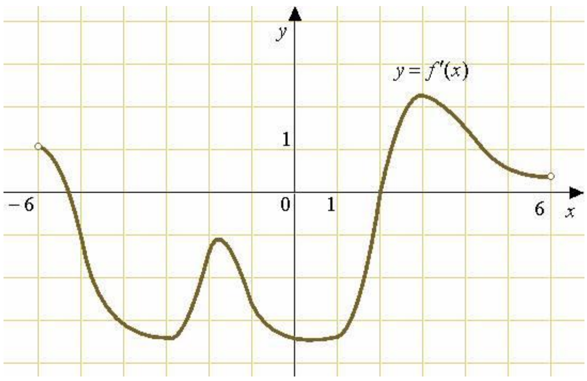
№9На рисунке изображен график функции (-5;5), определенной на интервале $(-5;5)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции $f(x)$ отрицательна.



Ответ: **8**

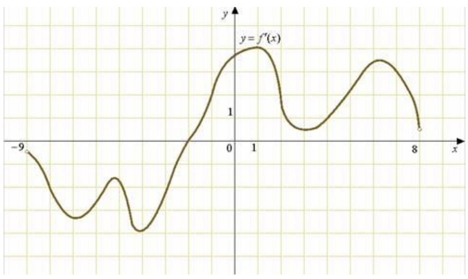
№10

На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-6;6)$. В какой точке отрезка $[3;5]$ принимает наибольшее значение.



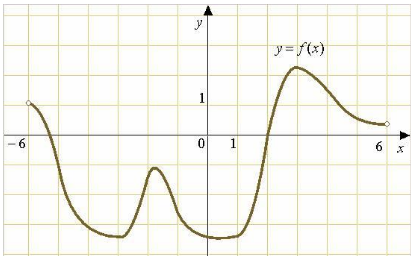
Ответ: **5**

№11На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-9;8)$. В какой точке отрезка $[1;7]$ принимает наименьшее значение.



Ответ: **1**

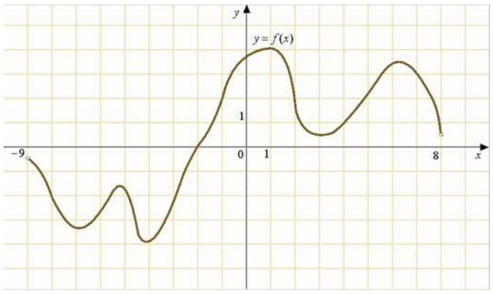
№12На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-6;6)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой $y = -5$.



Ответ: **4**

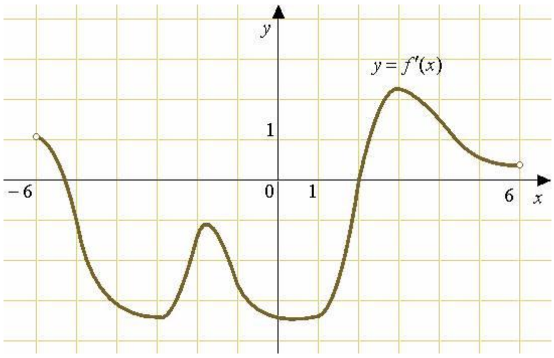
№13

На рисунке изображен график функции y= f(x) , определенной на интервале (-9;8). Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой $y = 10$.



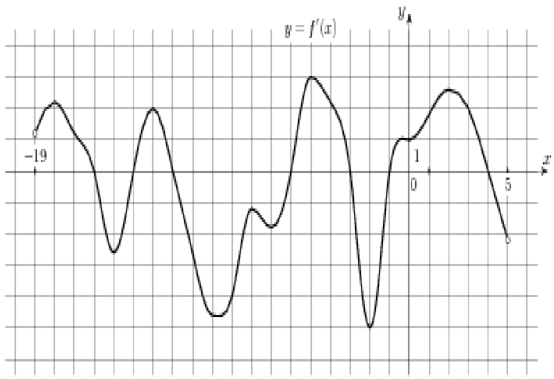
Ответ: **6**

№14На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-6;6)$. В какой точке отрезка $[-3;3]$ $f(x)$ принимает наименьшее значение.



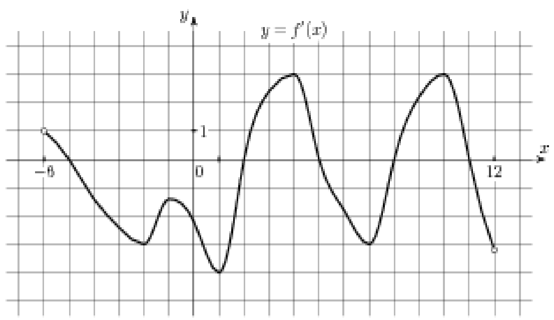
Ответ: **2**

№15На рисунке изображен график производной функции f(x), определенной на интервале (-19;5). Найдите количество точек экстремума функции f(x), на отрезке $[-15;2]$.



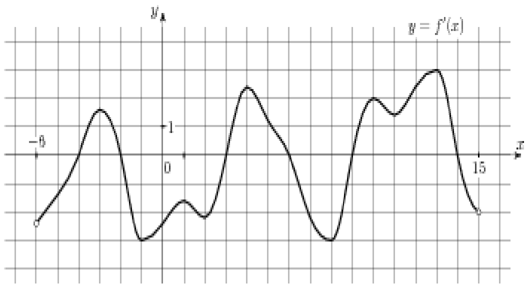
Ответ: **5**

№16На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-6;12)$. Найдите промежутки возрастания функции $f(x)$. В ответе укажите длину наибольшего из них.



Ответ: **3**

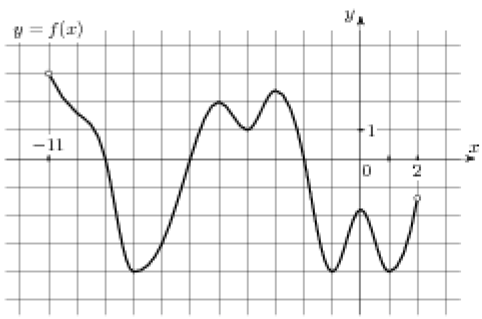
№17На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-6;15)$. Найдите количество точек экстремума функции $f(x)$ на отрезке $[-5;13]$.



Ответ: **5**

№18

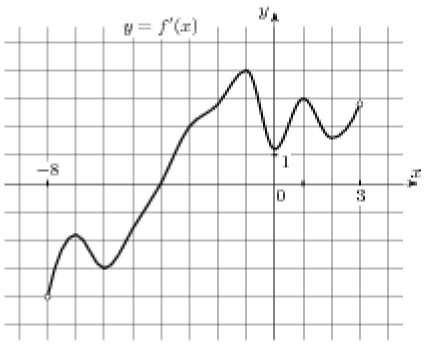
На рисунке изображен график функции $y=f(x)$, определенной на интервале $(-11;2)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции параллельна прямой $y=-6$.



Ответ: **7**

№19

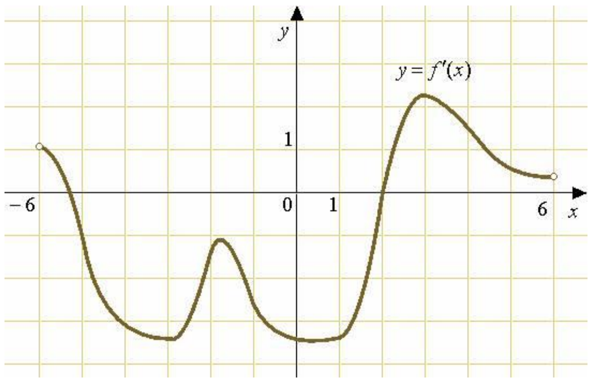
На рисунке изображен график производной функции , определенной на интервале $(-8;3)$. Найдите точку экстремума функции $f(x)$ на отрезке $[-5;2]$.



Ответ: **-4**

№20

На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-6;6)$. Найдите количество точек, в которых касательная к графику функции $f(x)$ параллельна прямой $y = -2x + 4$ или совпадает с ней.



Ответ: **4**

ТЕМА 9. ПОКАЗАТЕЛЬНЫЕ, ИРРАЦИОНАЛЬНЫЕ

№1 Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{3}\right)^{x-7} = \frac{1}{81}$.

Ответ: **11**

№2 Найдите корень уравнения: $3^{-2+x} = 3$.

Ответ: **3**

№3 Найдите корень уравнения $3^{x-2} = 27$.

Ответ: **5**

№4 Найдите корень уравнения $\sqrt{55-3x} = 5$.

Ответ: **10**

№5 Найдите корень уравнения: $\dfrac{x-30}{x+6} = -3.$

Ответ: **3**

№6 Найдите корень уравнения: $7^{2-x} = 7.$

Ответ: **1**

№7 Найдите корень уравнения $\sqrt{15-2x} = 3$.

Ответ: **3**

№8Найдите корень уравнения $2^{2-2x} = 16$.

Ответ: **-1**

№9Найдите корень уравнения $\sqrt{16-2x} = 2$.

Ответ: **6**

№10Найдите корень уравнения $\sqrt{6x+57} = 9$.

Ответ: **4**

№11Найдите корень уравнения $(\frac{1}{2})^{13-5x} = 128$.

Ответ: **4**

№12Найдите корень уравнения $\sqrt{5x+24} = 12$.

Ответ: **24**

№13Найдите корень уравнения $\sqrt{3x+27} = 6$.

Ответ: **3**

№14Найдите корень уравнения $2^{3-x} = 16$.

Ответ: **-1**

№15Найдите корень уравнения $\sqrt{51-5x} = 6$.

Ответ: **3**

№16Найдите корень уравнения $\sqrt{6x+31} = 7$.

Ответ: **3**

№17Найдите корень уравнения $\sqrt{31-2x} = 3$.

Ответ: **11**

№18Найдите корень уравнения $\sqrt{6x+24} = 6$.

Ответ: **2**

№19Найдите корень уравнения $\sqrt{x+12} = 6$.

Ответ: **24**

№20Найдите корень уравнения $3^{3-x} = 81$.

Ответ: **-1**

ТЕМА 10. ЛОГАРИФМИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ

№1Найдите корень уравнения $\log_4(5-x) = 2$.

Ответ: **-11**

№2Найдите корень уравнения $\log_3(4-x) = 4$.

Ответ: **-77**

№3Найдите корень уравнения $\log_2(4+x) = 2$.

Ответ: **0**

№4Найдите корень уравнения $\log_2(3+x) = 7$.

Ответ: **125**

№5Найдите корень уравнения $\log_{11}(9+x) = \log_{11}3$.

Ответ: **-6**

№6Найдите корень уравнения $\log_2(5+x) = 2$.

Ответ: **-1**

№7Найдите корень уравнения $\log_2(3+x) = 6$.

Ответ: **61**

№8Найдите корень уравнения $\log_7(15-x) = 2\log_7 4$.

Ответ: **6**

№9Найдите корень уравнения $\log_8(x+4) = \log_8(2x-6)$.

Ответ: **10**

№10Найдите корень уравнения $\log_7(x+9) = \log_7(2x-9)$.

Ответ: **18**

№11Найдите корень уравнения $\log_7(x+5) = \log_7(5x-3)$.

Ответ: **2**

№12Найдите корень уравнения $\log_3(4-x) = 2$.

Ответ: **-5**

№13Найдите корень уравнения $\log_2(4+x) = 2$.

Ответ: **0**

№14Найдите корень уравнения $\log_2(15+x) = \log_2 3$.

Ответ: **-12**

№15Найдите корень уравнения $\log_6(x+4) = \log_6(6x-6)$.

Ответ: **2**

№16Найдите корень уравнения $\log_2(4-x) = \log_2 11$.

Ответ: **-7**

№17Найдите корень уравнения $\log_3(x+6) = \log_3(2x-9)$.

Ответ: **15**

№18Найдите корень уравнения $\log_5(x+3) = \log_5(6x-17)$.

Ответ: **4**

№19Найдите корень уравнения $\log_5(14-x) = 2\log_5 2$.

Ответ: **10**

№20Найдите корень уравнения $\log_7(15-x) = 2\log_7 4$.

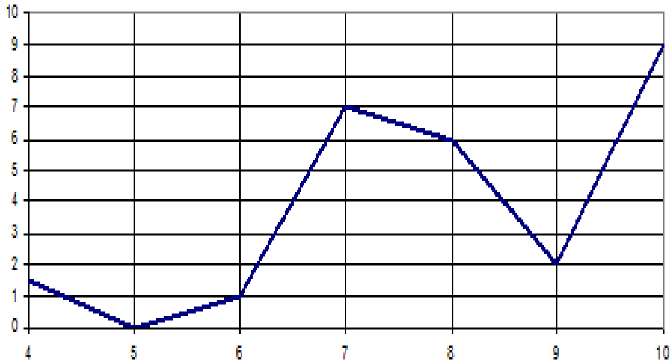
Ответ: **-1**

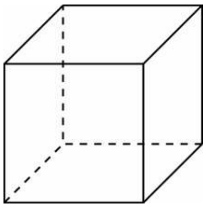
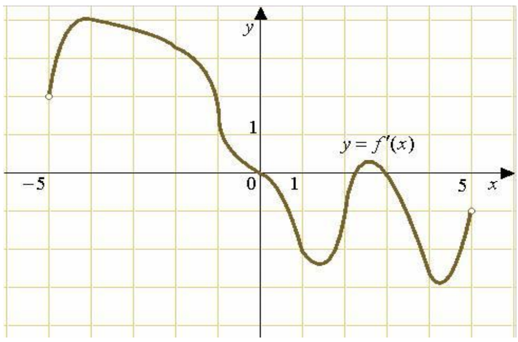
РАЗДЕЛ 2
ТРЕНИРОВОЧНЫЕ ВАРИАНТЫ

ВАРИАНТ 1

Задания В1-В10 базового уровня сложности с кратким ответом по материалу курса математики. Задания В1-В10 считаются выполненными, если учащийся дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Советуем для экономии времени пропускать задание, которое не удается выполнить сразу, и переходить к следующему. К выполнению пропущенных заданий можно вернуться, если у вас останется время.

В1	Стоимость проезда в пригородном электропоезде составляет 198 рублей. Школьникам предоставляется скидка 50%. Сколько рублей стоит проезд группы из 4 взрослых и 12 школьников?
В2	На рисунке изображен график осадков в г.Калининграде с 4 по 10 февраля 1974 г. На оси абсцисс откладываются дни, на оси ординат — осадки в мм. Определите по графику, сколько дней из данного периода осадков выпало между 2 и 8 мм. 

B3	Найдите значение выражения: $\dfrac{x^{11} \cdot x^{9}}{x^{19}}$ при $x = 7$
B4	Найдите наибольшее значение функции $y = 3\cos x + 14x - 6$ на отрезке $[-\dfrac{3\pi}{2};0]$
B5	Вычислите определенный интеграл $\int_{0}^{10} 2\,x\,dx$
B6	Объем куба равен 8. Найдите площадь его поверхности. 
B7	В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что орел выпадет ровно один раз.
B8	На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-5;5)$. В какой точке отрезка $[-4;-1]$ $f(x)$ принимает наибольшее значение. 
B9	Найдите корень уравнения $(\dfrac{1}{3})^{x-7} = \dfrac{1}{81}$.
B10	Найдите корень уравнения $\log_4(5-x) = 2$.

Задание С1-С2 оцениваются согласно «Критериям оценки выполнения задания»

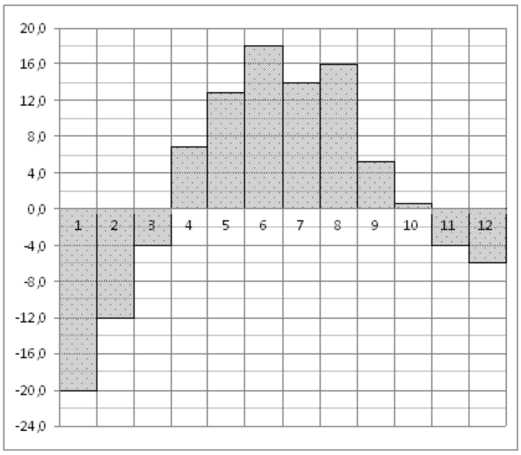
С1	Решите уравнение: $\frac{1}{\cos^2 x} + 3tgx - 5 = 0$. Укажите корни, принадлежащие отрезку [-π; π/2]
С2	Все рёбра правильной треугольной пирамиды *SBCD* с вершиной *S* равны 18. Основание *O* высоты *SO* этой пирамиды является серединой отрезка SS_1, *M* — середина ребра *SB* , точка *L* лежит на ребре *CD* так, что *CL* : *LD* = 7 : 2. а) Докажите, что сечение пирамиды *SBCD* плоскостью S_1LM — равнобокая трапеция. б) Вычислите длину средней линии этой трапеции.

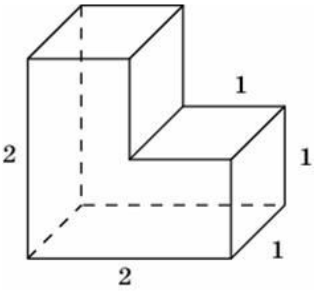
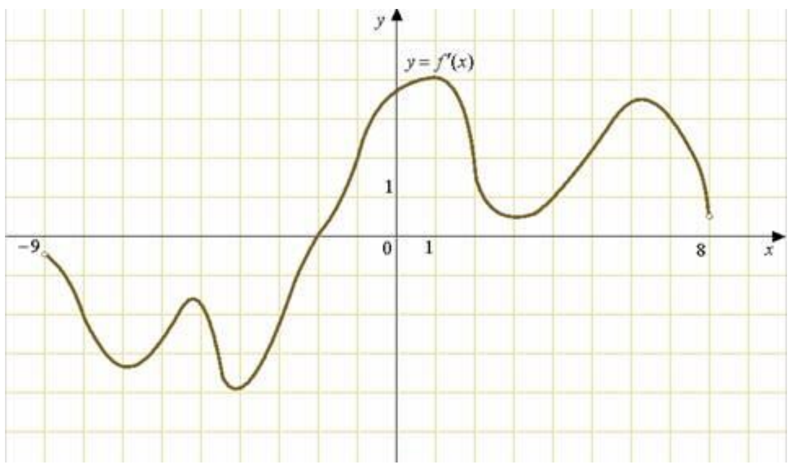
ВАРИАНТ 2

Задания В1-В10 базового уровня сложности с кратким ответом по материалу курса математики. Задания В1-В10 считаются выполненными, если учащийся дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Советуем для экономии времени пропускать задание, которое не удается выполнить сразу, и переходить к следующему. К выполнению пропущенных заданий можно вернуться, если у вас останется время.

В1	Чашка, которая стоила 90 рублей, продаётся с 10%-й скидкой. При покупке 10 таких чашек покупатель отдал кассиру 1000 рублей. Сколько

	рублей сдачи он должен получить?
B2	На диаграмме показана среднемесячная температура воздуха в Екатеринбурге (Свердловске) за каждый месяц 1973 года. По горизонтали указываются месяцы, по вертикали - температура в градусах Цельсия. Определите по диаграмме разность между наибольшей и наименьшей среднемесячными температурами в 1973 году. 
B3	Найдите значение выражения: $\frac{48\sin 121^\circ \cdot \cos 121^\circ}{\sin 242^\circ}$.
B4	Найдите наибольшее значение функции $y = 12x - 2\sin x + 3$ на отрезке $[-\frac{\pi}{2};0]$.
B5	Вычислите определенный интеграл $\int_{1}^{21} dx$
B6	Найдите площадь поверхности многогранника, изображенного на рисунке, все двугранные углы которого прямые.

	
B7	В случайном эксперименте симметричную монету бросают четырежды. Найдите вероятность того, что орел не выпадет ни разу.
B8	На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-9;8)$. В какой точке отрезка $[0;6]$ $f(x)$ принимает наибольшее значение. 
B9	Найдите корень уравнения $\sqrt{16-2x} = 2$.
B10	Найдите корень уравнения $\log_3(4-x) = 4$.

Задание С1-С2 оцениваются согласно «Критериям оценки выполнения задания»

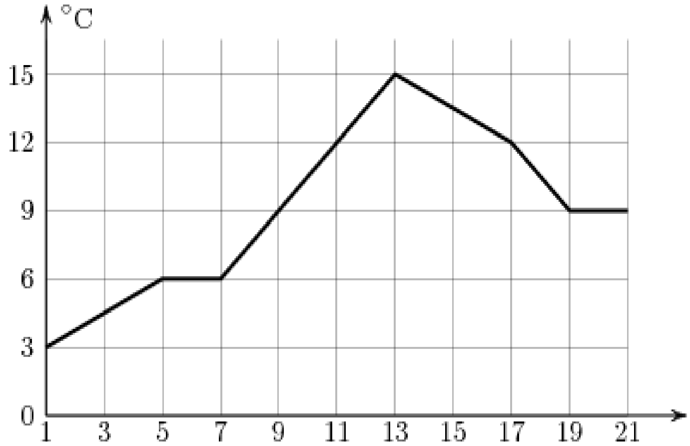
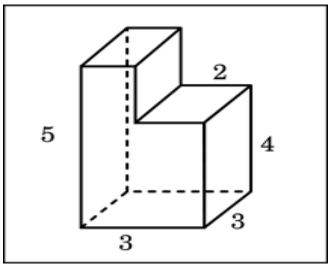
C1	Решите уравнение: $\dfrac{-2\cos^2 x+\sqrt{3}\sin x-1}{2\cos x-1}=0.$	$\dfrac{2\pi}{3}+2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}.$
C2	Дана правильная четырёхугольная пирамида $MABCD$, рёбра основания которой равны $5\sqrt{2}$. Тангенс угла между прямыми DM и AL равен $\sqrt{2}$, L — середина ребра MB. Найдите высоту данной пирамиды.	5

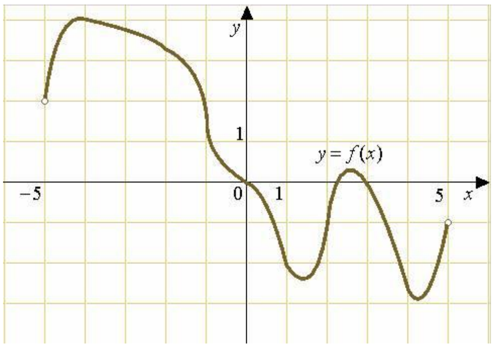
ВАРИАНТ 3

Задания В1-В10 базового уровня сложности с кратким ответом по материалу курса математики. Задания В1-В10 считаются выполненными, если учащийся дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Советуем для экономии времени пропускать задание, которое не удается выполнить сразу, и переходить к следующему. К выполнению пропущенных заданий можно вернуться, если у вас останется время.

В1	Альбом, который стоил 120 рублей, продаётся с 25%-ой скидкой. При покупке 5 таких альбомов покупатель отдал кассиру 500 рублей. Сколько рублей сдачи он должен получить?
В2	Посев семян тыквы рекомендуется проводить в мае при дневной температуре воздуха не менее $+12\ ^\circ$ С. На рисунке показан прогноз дневной температуры воздуха в первой и второй декадах мая. Определите, в течение скольких дней за этот период можно производить посев тыквы.

	
B3	Найдите значение выражения $49^{\log_7 8}$
B4	Найдите наименьшее значение функции $y = 9\cos x + 14x + 7$ на отрезке $[0; \frac{3\pi}{2}]$
B5	Вычислите определенный интеграл $\int_0^3 x^2\,dx$
B6	Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы многогранника прямые). 
B7	В среднем из 1000 садовых насосов, поступивших в продажу, 5 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.
B8	На рисунке изображен график функции $y = f(x)$, определенной на интервале $(-5;5)$. Определите количество целых точек, в которых производная функции $f(x)$ положительна.

	
B9	Найдите корень уравнения $3^{x-2} = 27$
B10	Найдите корень уравнения $\log_2(4+x) = 2$

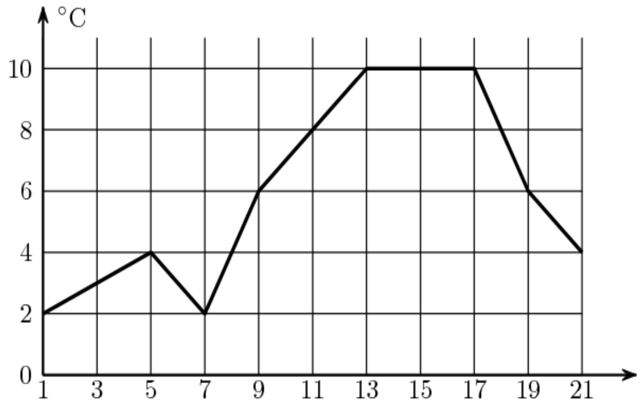
Задание С1-С2 оцениваются согласно «Критериям оценки выполнения задания»

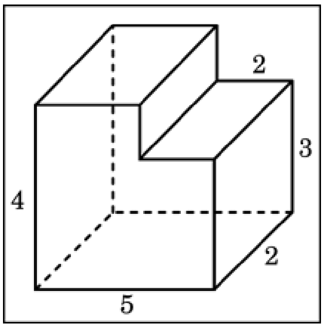
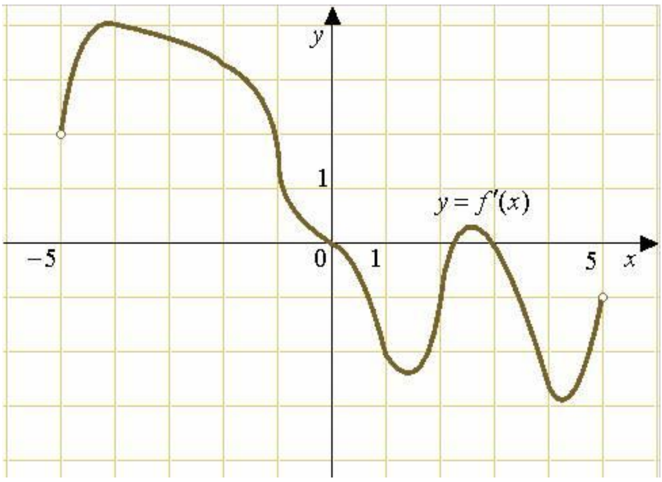
С1	а) Решите уравнение $\sin 2x = 2\sin x - \cos x + 1$. б) Укажите корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-2\pi, -\frac{\pi}{2}\right]$.
С2	На ребре CC_1 куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ отмечена точка E так, что $CE : EC_1 = 2 : 1$. Найдите угол между прямыми BE и AC_1.

ВАРИАНТ 4

Задания В1-В10 базового уровня сложности с кратким ответом по материалу курса математики. Задания В1-В10 считаются выполненными, если учащийся дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Советуем для экономии времени пропускать задание, которое не удается выполнить сразу, и переходить к следующему. К выполнению пропущенных заданий можно вернуться, если у вас останется время.

B1	Чайник, который стоил 800 рублей, продаётся с 5%-ой скидкой. При покупке этого чайника покупатель отдал кассиру 1000 рублей. Сколько рублей сдачи он должен получить?
2	Первый посев семян петрушки рекомендуется проводить в апреле при дневной температуре воздуха не менее $+6°$[-1] С. На рисунке показан прогноз дневной температуры воздуха в первых трех неделях апреля. Определите, в течение скольких дней за этот период можно производить посев петрушки. 
B3	Найдите значение выражения $\log_{20}300 - \log_{20}0,75$
B4	Найдите наименьшее значение функции $y = 2\cos x + 5x + 8$ на отрезке $[0; \frac{3\pi}{2}]$.
B5	Вычислите определенный интеграл $\int_1^2 x\,dx$

B6	Найдите объем многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы многогранника прямые). 
B7	В среднем из 500 садовых насосов, поступивших в продажу, 4 подтекают. Найдите вероятность того, что один случайно выбранный для контроля насос не подтекает.
B8	На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-5;5)$. Найдите количество точек экстремума функции $f(x)$ на отрезке $[-4;4]$. 
B9	Найдите корень уравнения $3^{x-2} = 27$
B10	Найдите корень уравнения $\log_2(3+x) = 7$

Задание С1-С2 оцениваются согласно «Критериям оценки выполнения задания»

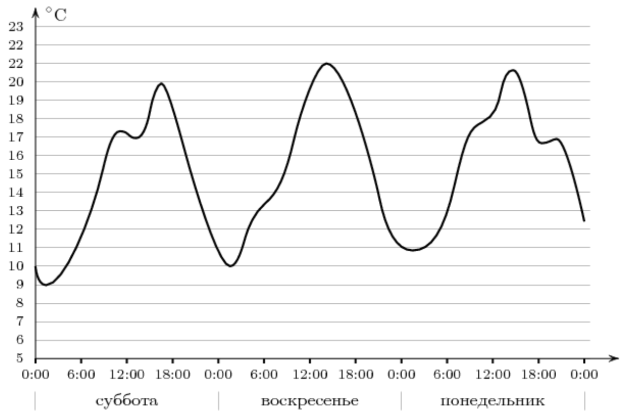
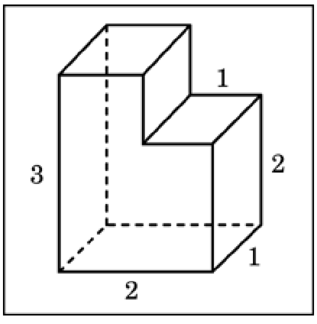
С1	а) Решите уравнение $\sqrt{2}\sin\left(\frac{3\pi}{2}-x\right)\cdot\sin x=\cos x.$ б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[-5\pi, -4\pi]$.
С2	В правильной треугольной пирамиде $MABC$ с основанием ABC стороны основания равны 8, а боковые рёбра 16. На ребре AC находится точка D, на ребре AB находится точка E, а на ребре AM — точка L. Известно, что $CD = BE = LM = 4$. Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через точки E, D и L.

ВАРИАНТ 5

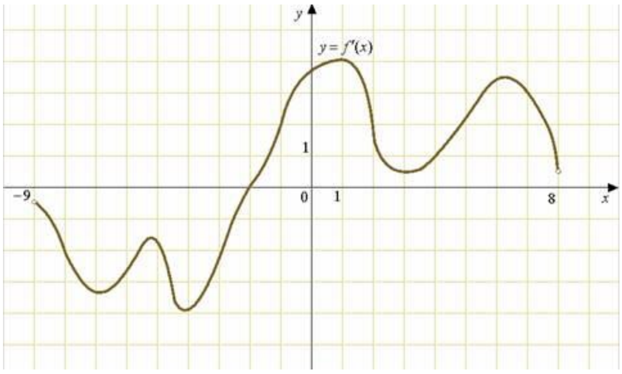
Задания В1-В10 базового уровня сложности с кратким ответом по материалу курса математики. Задания В1-В10 считаются выполненными, если учащийся дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Советуем для экономии времени пропускать задание, которое не удается выполнить сразу, и переходить к следующему. К выполнению пропущенных заданий можно вернуться, если у вас останется время.

В1	Набор полотенец, который стоил 200 рублей, продаётся с 3%-й скидкой. При покупке этого набора покупатель отдал кассиру 500 рублей. Сколько рублей сдачи он должен получить?
В2	На графике показано изменение температуры воздуха в некотором населённом пункте на протяжении трех суток, начиная с 0 часов

<table>
<tr><td></td><td>субботы. На оси абсцисс отмечается время суток в часах, на оси ординат — значение температуры в градусах Цельсия. Определите по графику наименьшую температуру воздуха в ночь с субботы на воскресенье. Ответ дайте в градусах Цельсия.

</td></tr>
<tr><td>B3</td><td>Найдите значение выражения: $\frac{4\sin 50^\circ \cdot \cos 50^\circ}{\sin 100^\circ}$.</td></tr>
<tr><td>B4</td><td>Найдите наименьшее значение функции $y = 13x - 9\sin x + 9$ на отрезке $[0; \frac{\pi}{2}]$.</td></tr>
<tr><td>B5</td><td>Вычислите определенный интеграл $\int_{-1}^{3} (3x^2+1)\,dx$</td></tr>
<tr><td>B6</td><td>Найдите объём многогранника, изображенного на рисунке (все двугранные углы многогранника прямые).


О</td></tr>
<tr><td>B7</td><td>В случайном эксперименте симметричную монету бросают трижды.</td></tr>
</table>

	Найдите вероятность того, что орел не выпадет ни разу.
B8	На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-9;8)$. В какой точке отрезка $[-8;-4]$ $f(x)$ принимает наименьшее значение. 
B9	Найдите корень уравнения: $\frac{x-30}{x+6}=-3.$
B10	Найдите корень уравнения $\log_{11}(9+x) = \log_{11}3$

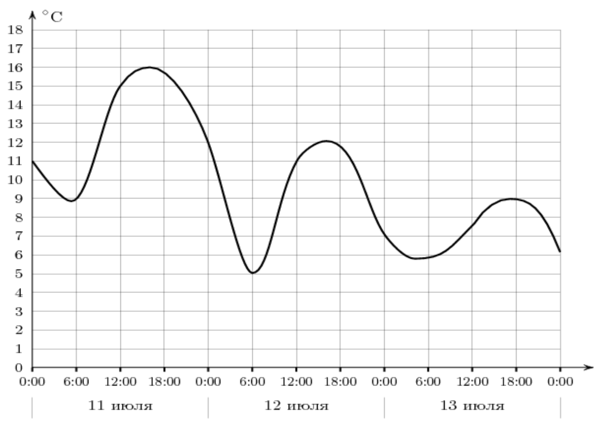
Задание С1-С2 оцениваются согласно «Критериям оценки выполнения задания»

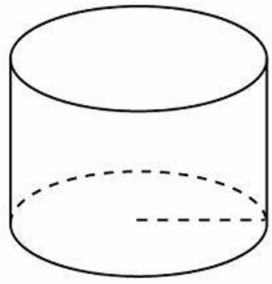
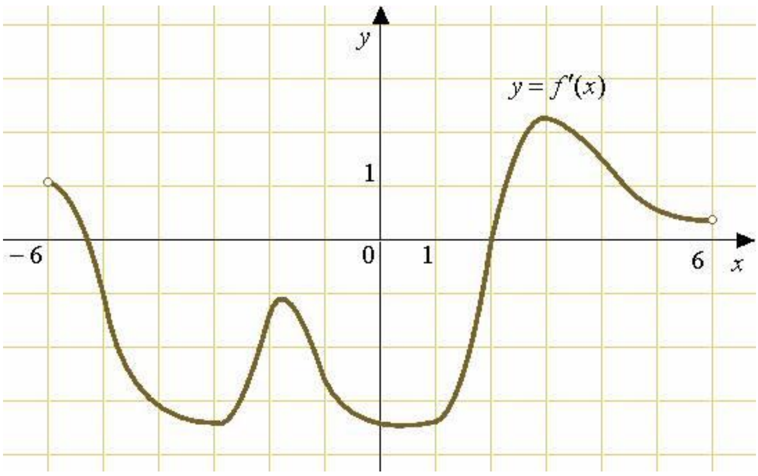
C1	а) Решите уравнение $\log_2(\cos x+\sin 2x+8)=3.$ б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2}, 3\pi\right]$.
C2	В правильной треугольной пирамиде *SABC* с основанием *ABC* боковое ребро равно 3, а сторона основания равна 2. Найдите расстояние от вершины *A* до плоскости *SBC*.

ВАРИАНТ 6

Задания В1-В10 базового уровня сложности с кратким ответом по материалу курса математики. Задания В1-В10 считаются выполненными, если учащийся дал верный ответ в виде целого числа или конечной десятичной дроби.

Советуем для экономии времени пропускать задание, которое не удается выполнить сразу, и переходить к следующему. К выполнению пропущенных заданий можно вернуться, если у вас останется время.

В1	Пылесос, который стоил 3500 рублей, продаётся с 10%-й скидкой. При покупке этого пылесоса покупатель отдал кассиру 5000 рублей. Сколько рублей сдачи он должен получить?
В2	На графике показано изменение температуры воздуха на протяжении трех суток, начиная с 0 часов 11 июля. На оси абсцисс отмечается время суток, на оси ординат — значение температуры в градусах. Определите по графику, до какой наибольшей температуры прогрелся воздух 13 июля. Ответ дайте в градусах Цельсия. 
В3	Найдите значение выражения $\dfrac{\log_3 14}{\log_9 14}$

B4	Найдите наименьшее значение функции $y = 5\sin x - 12x + 6$ на отрезке $[-\frac{3\pi}{2};0]$
B5	Вычислите определенный интеграл $3\int_0^2 (1+2x+x^2)dx$
B6	Радиус основания цилиндра равен 2, высота равна 3. Найдите площадь боковой поверхности цилиндра, деленную на π. 
B7	В случайном эксперименте симметричную монету бросают дважды. Найдите вероятность того, что орел выпадет ровно один раз.
B8	На рисунке изображен график производной функции $f(x)$, определенной на интервале $(-6;6)$. В какой точке отрезка $[-4;0]$ $f(x)$ принимает наименьшее значение. 

B9	Найдите корень уравнения: $7^{2-x} = 7$.
B10	Найдите корень уравнения $\log_2(5+x) = 2$

Задание С1-С2 оцениваются согласно «Критериям оценки выполнения задания»

С1	а) Решите уравнение $\cos 2x = 1 - \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$. б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2}; -\pi\right)$.
С2	Дана правильная четырёхугольная пирамида *MABCD*, рёбра основания которой равны $5\sqrt{2}$. Тангенс угла между прямыми *DM* и *AL* равен $\sqrt{2}$, *L* — середина ребра *MB*. Найдите высоту данной пирамиды.

ОТВЕТЫ К ТРЕНИРОВОЧНЫМ ВАРИАНТАМ. ЧАСТЬ 2

Задание С1-С2 оцениваются согласно «Критериям оценки выполнения задания»

С1	Решите уравнение: $\frac{1}{\cos^2 x} + 3tgx - 5 = 0$. Укажите корни, принадлежащие отрезку [-π; π/2]	x=π/4+πk или x=-arctg4+πk -3π/4,-arctg4,π/4
С2	Все рёбра правильной треугольной пирамиды *SBCD* с вершиной *S* равны 18.	11,5

	Основание O высоты SO этой пирамиды является серединой отрезка SS_1, M — середина ребра SB, точка L лежит на ребре CD так, что $CL : LD = 7 : 2$. а) Докажите, что сечение пирамиды $SBCD$ плоскостью S_1LM — равнобокая трапеция. б) Вычислите длину средней линии этой трапеции.	

Задание С1-С2 оцениваются согласно «Критериям оценки выполнения задания»

С1	Решите уравнение: $\dfrac{-2\cos^2 x+\sqrt{3}\sin x-1}{2\cos x-1}=0.$	$\frac{2\pi}{3}+2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}.$
С2	Дана правильная четырёхугольная пирамида $MABCD$, рёбра основания которой равны $5\sqrt{2}$. Тангенс угла между прямымиDM и AL равен $\sqrt{2}$, L — середина ребра MB. Найдите высоту данной пирамиды.	5

Задание С1-С2 оцениваются согласно «Критериям оценки выполнения задания»

С1	а) Решите уравнение $\sin 2x=2\sin x-\cos x+1.$ б) Укажите корни уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-2\pi,-\frac{\pi}{2}\right].$	а) $2\pi k,\ -\frac{\pi}{6}+2\pi k,\ -\frac{5\pi}{6}+2\pi k,\ k\in\mathbb{Z}.$ б) $-2\pi,\ -\frac{5\pi}{6}.$

C2	На ребре CC_1 куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$ отмечена точка E так, что $CE : EC_1 = 2 : 1$. Найдите угол между прямыми BE и AC_1.	$\arccos\frac{5\sqrt{39}}{39}$.

Задание С1-С2 оцениваются согласно «Критериям оценки выполнения задания»

C 1	а) Решите уравнение $\sqrt{2}\sin\left(\frac{3\pi}{2}-x\right)\cdot\sin x=\cos x$. б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[-5\pi, -4\pi]$.	a) $\frac{\pi}{2}+\pi k, -\frac{\pi}{4}+2\pi k, -\frac{3\pi}{4}+2\pi k, k\in\mathbb{Z}$; b) б) $-\frac{19\pi}{4}, -\frac{9\pi}{2}, -\frac{17\pi}{4}$.
C 2	В правильной треугольной пирамиде $MABC$ с основанием ABC стороны основания равны 8, а боковые рёбра 16. На ребре AC находится точка D, на ребре AB находится точка E, а на ребре AM — точка L. Известно, что $CD = BE = LM = 4$. Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью, проходящей через точки E, D и L.	$4\sqrt{33}$.

Задание С1-С2 оцениваются согласно «Критериям оценки выполнения задания»

C1	а) Решите уравнение $\log_2(\cos x+\sin 2x+8)=3$. б) Найдите все корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[\frac{3\pi}{2}, 3\pi\right]$.	а) $\frac{\pi}{2}+\pi k, -\frac{\pi}{6}+2\pi k, -\frac{5\pi}{6}+2\pi k, k\in Z$; б) $\frac{3\pi}{2}, \frac{11\pi}{6}, \frac{5\pi}{2}$.
C2	В правильной треугольной пирамиде $SABC$ с основанием ABC боковое ребро равно 3, а сторона основания равна 2. Найдите расстояние от вершины A до плоскости SBC.	$\frac{\sqrt{46}}{4}$.

Задание С1-С2 оцениваются согласно «Критериям оценки выполнения задания»

C1	а) Решите уравнение $\cos 2x=1-\cos\left(\frac{\pi}{2}-x\right)$. б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[-\frac{5\pi}{2};-\pi\right)$.	а) $\pi n,\ n\in\mathbb{Z}$; $(-1)^k\cdot\frac{\pi}{6}+\pi k,\ k\in\mathbb{Z}$. б) -2π; $-\frac{11\pi}{6}$; $-\frac{7\pi}{6}$.
C2	Дана правильная четырёхугольная пирамида $MABCD$, рёбра основания которой равны $5\sqrt{2}$. Тангенс угла между прямыми DM и AL равен $\sqrt{2}$, L — середина ребра MB. Найдите высоту данной пирамиды.	5

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящее время получило всеобщее признание то, что успех развития многих областей науки и техники существенно зависит от развития многих направлений математики. Математика становится средством решения проблем организации производства, поисков оптимальных решений и, в конечном счете, содействует повышению производительности труда и устойчивому поступательному развитию народного хозяйства.

Решая задачи указанного типа, наблюдаем, с одной стороны, абстрактный характер математических понятий, а с другой – большую эффективную их применимость к решению жизненных практических задач.

Сегодня в центре внимания – студент, его личность, неповторимый внутренний мир. Поэтому основная задача - выбрать формы и методы организации учебной деятельности обучающихся, которые оптимально соответствуют поставленной цели развития личности. Мастерство преподавателя состоит в умении сделать содержание своего предмета богатым, глубоким, привлекательным, а способы самостоятельной деятельности обучающихся разнообразными, творческими, продуктивными. Вряд ли одна самостоятельная работа может обеспечить формирование твердых навыков вычислений, преобразований, решений уравнений и т.д. Она и не ставит эту цель. Выполнение упражнений должно способствовать сознательному усвоению изучаемой теории.

Решение задач способствует развитию мышления студентов лишь в том случае, если каждый студент решает задачу сам, прилагая для этого определенные усилия. Самостоятельные задания формируют умение анализировать, сравнивать, обобщать, выделять главное, контролировать и планировать свою деятельность.

Надеюсь пособие будет полезно учителям математики, так как дает возможность эффективно организовать подготовку обучающихся к экзамену, а обучающимся — самостоятельно проверить свои знания и готовность к сдаче экзамена.

Мудрость математики, бесстрастно проникающей во все науки, всегда актуальна.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Математика база ЕГЭ 2018г.
2. Малыхин В.И. Математика в экономике. М.: Инфра-М, 2001. – 356 с.
3. Стойлова Л.П. Математика. М.: Академия, 2007.
4. Богомолов Н.В. Практические занятия по математике. М.: Высш. Шк., 2007.
5. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике. М.: Высш. Шк., 2006.
6. Электронное издание «1С:Школа. Математика, 5– 11 кл. Практикум» представляет собой комплекс лабораторных работ по геометрии, алгебре, алгоритмике и теории вероятностей, предназначенный для поддержки этих курсов практическими заданиями творческого характера. В комплекс включены задания на конструирование, моделирование, математический эксперимент, рассчитанные на все уровни и профили обучения. Образовательный комплекс (ОК) «1С:Школа. Математика, 5–11 кл. Практикум»
7. Источник: https://www.ctege.info/knigi-po-matematike-dlya-podgotovki-k-ege/formulyi-ege-po-matematik-osnovnyie-shkolnyie-formulyi-po-algebre-i-geometrii.html
8. Источник: https://www.ctege.info/knigi-po-matematike-dlya-podgotovki-k-ege/formulyi-ege-po-matematik-osnovnyie-shkolnyie-formulyi-po-algebre-i-geometrii.html
9. Электронные образовательные ресурсы нового поколения (ЭОР НП).
10. Башмаков М.И. Математика. М., «Академия», 2012
11. Алгебра и начала анализа. Учебник для 10-11 классов общеобразовательных учреждений, А.Н.Колмогоров, М., Просвещение, 2010.
12. Геометрия. Учебник. 10-11 классы Л.С. Атанасян, В.Ф.Бутузов, С.Б.Кадомцев и др.,

13. Просвещение, 2012 г.

14. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы. Учебник. А.Г.Мордкович,

15. П.В.Семенов, Мнемозина, 2012.

16. 2.Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы. Задачник. А.Г.Мордкович,

17. П.В.Семенов, Мнемозина, 2012.

18. 3.. Геометрия. Учебник. 10-11 классы. И.Ф.Шарыгин, Дрофа,2009 г.

19. 4. Математика. Наглядный справочник с примерами. Л.Э.Генденштейн, А.П.Ершова,

20. А.С.Ершова, ИЛЕКСА, 2015 г.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

УКАЗАНИЯ К ВЫПОЛНЕНИЮ ВСР

1. 1.ВСР нужно выполнять в отдельной тетради в клетку, чернилами черного или синего цвета. Необходимо оставлять поля шириной 5 клеточек для замечаний преподавателя.
2. 2.Решения задач следует излагать подробно и аккуратно, объясняя и мотивируя все действия по ходу решения и делая необходимые чертежи.
3. 3.Оформление решения задачи следует завершать словом «Ответ».
4. 4.После получения проверенной преподавателем работы студент должен в этой же тетради исправить все отмеченные ошибки и недочеты. Вносить исправления в сам текст работы после ее проверки запрещается.

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

РЕКОМЕНДАЦИИ ПРЕПОДАВАТЕЛЯМ

В процессе изучения математики наряду с некоторыми теоретическими сведениями студенты овладевают и закрепляют способы решения задач. Обычно с такими способами знакомит сам преподаватель, показывая решение задач по темам. Наиболее эффективным при этом является такой подход, при котором преподаватель раскрывает перед студентами технологию решения задачи, показывает, чем мотивировано применение некоторого метода решения, чем обусловлен выбор того или иного пути. Работа над заданием тоже может быть полностью самостоятельной работой студентов. Она преследует несколько целей:

- продолжить формирование умений самостоятельно изучать текст, который в данном случае представляет собой задачу;
- обучить рассуждениям;
- обучить оформлению решения задач. К тому же студенты будут знать, что у них имеется образец рассуждений и оформления задачи, к которому они могут обратиться при решении другой задачи или при проверке правильности своего решения.

Непременным условием усвоения новых теоретических сведений и овладения новыми приемами решения задач является выполнение студентами тренировочных упражнений, в ходе которого приобретенные знания становятся полным достоянием студентов. Как известно, существуют две формы организации такой тренировочной работы – фронтальная работа и самостоятельная работа. Фронтальная работа на уроках математики – это традиционная, давно сложившаяся форма. Схематически ее можно описать так: один из студентов выполняет задание на доске, остальные выполняют это же задание в тетрадях. Самостоятельная работа студентов на уроке состоит в выполнении без помощи преподавателя и товарищей задания. Большие возможности для подготовки студентов к творческому труду и самостоятельному пополнению знаний имеет самостоятельное выполнение заданий. В этом случае студент без какой-либо помощи должен наметить пути решения, правильно выполнить все построения, преобразования, вычисления и т. п. В таком случае мысль студента работает наиболее интенсивно. Он приобретает практический навык работы в ситуации, с которой ему неоднократно придется сталкиваться в последующей трудовой деятельности. Вместе с тем самостоятельная работа студентов на уроках математики имеет и свои недостатки. Усилия студента могут оказаться напрасными и не привести к результату, если он недостаточно подготовлен к решению поставленной задачи. Студент не слышит комментариев к решению, а рассуждения, которые он проводит мысленно, могут быть не всегда правильными и достаточно полными, причем возможности обнаружить это студент не имеет. Вообще при самостоятельном выполнении заданий мыслительные процессы не могут быть проконтролированы преподавателем. Поэтому даже верный ответ может оказаться случайным. Исправление ошибок, допущенных при самостоятельной работе, происходит в ходе ее проверки по окончании всей работы. Поэтому, выполняя упражнение самостоятельно, студент, не усвоивший материал, может повторять одну и ту же ошибку от примера к примеру и невольно закрепить неправильный алгоритм.

Самостоятельная работа над учебным материалом состоит из следующих элементов:

1. Изучение материала по учебнику.
2. Выполнение еженедельных домашних заданий.
3. Выполнение внеаудиторной самостоятельной работы (ВСР).

При выполнении (ВСР) обучающийся может обращаться к преподавателю для получения консультации.

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ВЫПОЛНЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

Для того чтобы практические занятия приносили максимальную пользу, необходимо помнить, что упражнение и решение ситуативных задач проводятся по вычитанному на лекциях материалу и связаны, как правило, с детальным разбором отдельных вопросов лекционного курса. Следует подчеркнуть, что только после усвоения лекционного материала с определенной точки зрения (а именно с той, с которой он излагается на лекциях) он будет закрепляться на практических занятиях как в результате обсуждения и анализа лекционного материала, так и с помощью решения ситуативных задач. При этих условиях студент не только хорошо усвоит материал, но и научится применять его на практике, а также получит дополнительный стимул (и это очень важно) для активной проработки лекции.

При самостоятельном решении поставленных задач нужно обосновывать каждый этап действий, исходя из теоретических положений курса. Если обучающийся видит несколько путей решения проблемы (задачи), то нужно сравнить их и выбрать самый рациональный. Полезно до начала решения поставленных задач составить краткий план решения проблемы (задачи). Решение проблемных задач или примеров следует излагать подробно, нужно сопровождать комментариями, схемами, чертежами и рисунками, инструкциями по выполнению.

Следует помнить, что решение каждой учебной задачи должно доводиться до окончательного логического ответа, которого требует условие, и по возможности с выводом. Полученный результат следует проверить способами, вытекающими из существа данной задачи.

МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО НАПИСАНИЮ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

Контрольная работа – промежуточный метод проверки знаний обучающегося с целью определения конечного результата в обучении по данной теме или разделу. Она призвана систематизировать знания, позволяет повторить и закрепить материал. При выполнении студенты ограничены во времени, могут использовать любые учебные пособия, консультации преподавателя.

ПРИЛОЖЕНИЕ 3.

ПОДСКАЗКА №1 ПОДБЕРИ НУЖНУЮ ФОРМУЛУ ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ СВОЕГО ЗАДАНИЯ.

Формулы сокращенного умножения

Квадрат суммы:

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Квадрат разности:

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

Разность квадратов:

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

Разность кубов:

$$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$$

Сумма кубов:

$$a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$$

Куб суммы:

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

Куб разности:

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

Последние две формулы также часто удобно использовать в виде:

$$(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)$$

$$(a-b)^3 = a^3 - b^3 - 3ab(a-b)$$

Свойства степеней и корней

Основные свойства степеней:

$$a^{p+g} = a^p \cdot a^g$$

$$\frac{a^p}{a^g} = a^{p-g}$$

$$\left(a^p\right)^g = \left(a^g\right)^p = a^{p \cdot g}$$

$$\frac{a^p}{b^p} = \left(\frac{a}{b}\right)^p$$

$$(a \cdot b)^p = a^p \cdot b^p$$

$$a^0 = 1 \qquad a^1 = a \qquad 1^n = 1$$

$$0^n = 0$$

Последнее свойство выполняется только при $n > 0$. Ноль можно возводить только в положительную степень.

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \qquad \frac{1}{a^{-n}} = a^n$$

Основные свойства математических корней:

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = \left(\sqrt[n]{a}\right)^m$$

$$\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[n]{\sqrt[m]{a}} = \sqrt[n \cdot m]{a}$$

$$\sqrt[n]{a} = \sqrt[n \cdot m]{a^m}$$

$$\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$$

$$\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$$

Для арифметических корней:

$$\left(\sqrt[n]{a}\right)^n = a$$

Последнее справедливо: если n – нечетное, то для любого a; если же n – четное, то только при a больше либо равном нолю. Для корня нечетной степени выполняется также следующее равенство:

$$\sqrt[2n+1]{-x} = -\sqrt[2n+1]{x}$$

Для корня четной степени имеется следующее свойство:

$$\sqrt[2n]{x^{2n}} = |x| = \begin{cases} x, & x \geq 0, \\ -x, & x < 0. \end{cases}$$

Формулы с логарифмами

Определение логарифма:

$$\log_a x = b \quad \Rightarrow \quad a^b = x, \text{ при: } a > 0, x > 0, a \neq 1.$$

Определение логарифма можно записать и другим способом:

$$a^{\log_a x} = x$$

Свойства логарифмов:

$$\log_a a = 1$$

$$\log_a 1 = 0$$

$$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

Логарифм произведения:

$$\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$$

Логарифм дроби:

$$\log_a \left(\frac{x}{y} \right) = \log_a x - \log_a y$$

Вынесение степени за знак логарифма:

$$\log_a x^k = k \cdot \log_a |x|; \quad \text{при } x \neq 0, \text{ если } k \text{ – четное число.}$$

$$\log_a x^k = k \cdot \log_a x; \quad \text{при } x > 0, \text{ если } k \text{ – любое другое число.}$$

$$\log_{a^k} x = \frac{1}{k} \log_{|a|} x; \quad \text{при } a \neq 0 \text{ и } a \neq \pm 1, \text{ если } k \text{ – четное число.}$$

$$\log_{a^k} x = \frac{1}{k}\log_a x ; \quad \text{при } a > 0 \text{ и } a \neq 1, \text{ если } k - \text{любое другое число.}$$

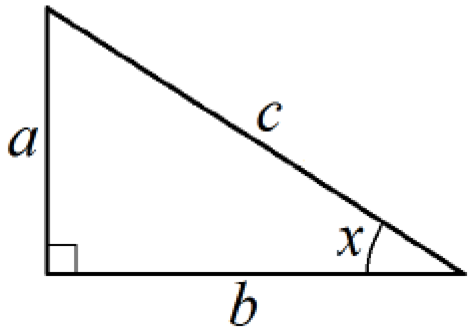
Другие полезные свойства логарифмов:

$$\log_a x = \frac{\log_c x}{\log_c a}; \quad \text{при } c > 0,\ c \neq 1.$$

$$a^{\log_b c} = c^{\log_b a}$$

Тригонометрия

Пусть имеется прямоугольный треугольник:



Тогда, определение синуса:

$$\sin x = \frac{a}{c}$$

Определение косинуса:

$$\cos x = \frac{b}{c}$$

Определение тангенса:

$$\operatorname{tg} x = \frac{a}{b} = \frac{\sin x}{\cos x}$$

Определение котангенса:

$$\operatorname{ctg} x = \frac{b}{a} = \frac{1}{\operatorname{tg} x} = \frac{\cos x}{\sin x}$$

Основное тригонометрическое тождество:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1$$

Простейшие следствия из основного тригонометрического тождества:

$$\mathrm{tg}^2 x + 1 = \frac{1}{\cos^2 x}$$

$$\mathrm{ctg}^2 x + 1 = \frac{1}{\sin^2 x}$$

Формулы двойного угла

Синус двойного угла:

$$\sin 2x = 2\sin x \cdot \cos x = \frac{2\mathrm{tg}\, x}{1+\mathrm{tg}^2 x}$$

Косинус двойного угла:

$$\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 2\cos^2 x - 1 = 1 - 2\sin^2 x = \frac{1-\mathrm{tg}^2 x}{1+\mathrm{tg}^2 x}$$

Тангенс двойного угла:

$$\mathrm{tg}\, 2x = \frac{2\mathrm{tg}\, x}{1-\mathrm{tg}^2 x}$$

Котангенс двойного угла:

$$\mathrm{ctg}\, 2x = \frac{1-\mathrm{tg}^2 x}{2\mathrm{tg}\, x} = \frac{\mathrm{ctg}^2 x - 1}{2\,\mathrm{ctg}\, x}$$

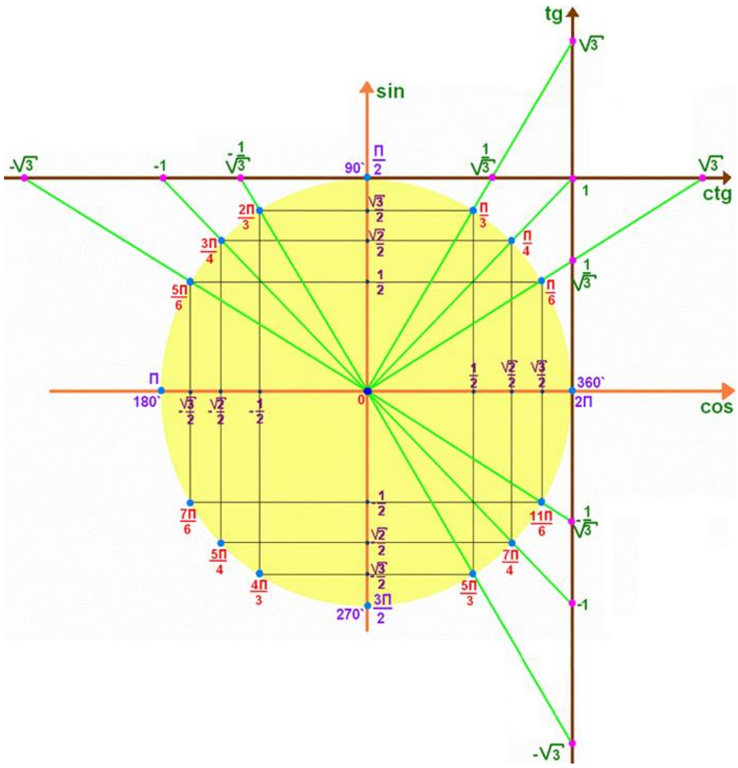
Тригонометрические формулы приведения

Формулы приведения задаются в виде таблицы:

Функции	Углы								
	$-\alpha$	$90° - \alpha$	$90° + \alpha$	$180° - \alpha$	$180° + \alpha$	$270° - \alpha$	$270° + \alpha$	$360°k - \alpha$	$360°k + \alpha$
sin	$-\sin\alpha$	$+\cos\alpha$	$+\cos\alpha$	$+\sin\alpha$	$-\sin\alpha$	$-\cos\alpha$	$-\cos\alpha$	$-\sin\alpha$	$+\sin\alpha$
cos	$+\cos\alpha$	$+\sin\alpha$	$-\sin\alpha$	$-\cos\alpha$	$-\cos\alpha$	$-\sin\alpha$	$+\sin\alpha$	$+\cos\alpha$	$+\cos\alpha$
tg	$-\mathrm{tg}\,\alpha$	$+\mathrm{ctg}\,\alpha$	$-\mathrm{ctg}\,\alpha$	$-\mathrm{tg}\,\alpha$	$+\mathrm{tg}\,\alpha$	$+\mathrm{ctg}\,\alpha$	$-\mathrm{ctg}\,\alpha$	$-\mathrm{tg}\,\alpha$	$+\mathrm{tg}\,\alpha$
ctg	$-\mathrm{ctg}\,\alpha$	$+\mathrm{tg}\,\alpha$	$-\mathrm{tg}\,\alpha$	$-\mathrm{ctg}\,\alpha$	$+\mathrm{ctg}\,\alpha$	$+\mathrm{tg}\,\alpha$	$-\mathrm{tg}\,\alpha$	$-\mathrm{ctg}\,\alpha$	$+\mathrm{ctg}\,\alpha$

Тригонометрическая окружность

По **тригонометрической окружности** легко определять табличные значения тригонометрических функций:



Тригонометрические уравнения

Формулы решений простейших тригонометрических уравнений. Для синуса существует две равнозначные формы записи решения:

$$\sin x = a \quad \Rightarrow \quad x = (-1)^n \arcsin a + \pi n, \quad n \in Z$$

$$\sin x = a \quad \Rightarrow \quad x = \left[\begin{array}{l} \arcsin a + 2\pi k, \quad k \in Z \\ \pi - \arcsin a + 2\pi k, \quad k \in Z \end{array} \right.$$

Для остальных тригонометрических функций запись однозначна. Для косинуса:

$$\cos x = a \quad \Rightarrow \quad x = \pm \arccos a + 2\pi n, \quad n \in Z$$

Для тангенса:

$$\operatorname{tg} x = a \quad \Rightarrow \quad x = \operatorname{arctg} a + \pi n, \quad n \in Z$$

Для котангенса:

$$\operatorname{ctg} x = a \quad \Rightarrow \quad x = \operatorname{arcctg} a + \pi n, \quad n \in Z$$

Решение тригонометрических уравнений в некоторых частных случаях:

$$\sin x = 0 \quad \Rightarrow \quad x = \pi n, \quad n \in Z$$

$$\sin x = 1 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, \quad n \in Z$$

$$\sin x = -1 \quad \Rightarrow \quad x = -\frac{\pi}{2} + 2\pi n, \quad n \in Z$$

$$\cos x = 0 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{\pi}{2} + \pi n, \quad n \in Z$$

$$\cos x = 1 \quad \Rightarrow \quad x = 2\pi n, \quad n \in Z$$

$$\cos x = -1 \quad \Rightarrow \quad x = \pi + 2\pi n, \quad n \in Z$$

$$\operatorname{tg} x = 0 \quad \Rightarrow \quad x = \pi n, \quad n \in Z$$

$$\operatorname{ctg} x = 0 \quad \Rightarrow \quad x = \frac{\pi}{2} + \pi n, \quad n \in Z$$

ГЕОМЕТРИЯ НА ПЛОСКОСТИ (ПЛАНИМЕТРИЯ)

Длина окружности:

$$L = 2\pi R$$

Длина дуги окружности:

$$L_{\text{дуги}} = \frac{\pi \cdot R \cdot \alpha_{\text{град}}}{180} = \alpha_{\text{рад}} R$$

Площадь круга:

$$S = \pi R^2$$

Площадь сектора:

$$S_{\text{сектора}} = \frac{\pi \cdot R^2 \cdot \alpha_{\text{град}}}{360} = \frac{\alpha_{\text{рад}} R^2}{2}$$

Площадь кольца:

$$S = \pi \left(R^2 - r^2 \right)$$

Площадь кругового сегмента:

$$S = \frac{R^2}{2}(\alpha - \sin\alpha)$$

Геометрия в пространстве (стереометрия)

Главная диагональ куба:

$$d = a\sqrt{3}$$

Объем куба:

$$V = a^3$$

Объём прямоугольного параллелепипеда:

$$V = abc$$

Главная диагональ прямоугольного параллелепипеда (эту формулу также можно назвать: "трёхмерная Теорема Пифагора"):

$$d^2 = a^2 + b^2 + c^2$$

Объём призмы:

$$V = S_{\text{осн}} \cdot h$$

Площадь боковой поверхности прямой призмы (*P* – периметр основания, *l* – боковое ребро, в данном случае равное высоте *h*):

$$S_{\text{бок}} = Pl = Ph$$

Объём кругового цилиндра:

$$V = \pi R^2 h$$

Площадь боковой поверхности прямого кругового цилиндра:

$$S_{\text{бок}} = 2\pi Rh$$

Объём пирамиды:

$$V = \frac{S_{\text{осн}} \cdot h}{3}$$

Площадь боковой поверхности правильной пирамиды (P – периметр основания, l – апофема, т.е. высота боковой грани):

$$S_{\text{бок}} = \frac{1}{2} Pl$$

Объем кругового конуса:

$$V = \frac{\pi R^2 h}{3}$$

Площадь боковой поверхности прямого кругового конуса:

$$S_{\text{бок}} = \pi Rl$$

Длина образующей прямого кругового конуса:

$$l = \sqrt{h^2 + R^2}$$

Объём шара:

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3$$

Площадь поверхности шара (или, другими словами, площадь сферы):

$$S = 4\pi R^2$$

Таблица умножения

		Одно из умножаемых								
		1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
Второе из умножаемых	**1**	1	2	3	4	5	6	7	8	9
	2		4	6	8	10	12	14	16	18
	3			9	12	15	18	21	24	27
	4				16	20	24	28	32	36
	5					25	30	35	40	45
	6						36	42	48	54
	7							49	56	63
	8								64	72
	9									81

Таблица квадратов двухзначных чисел

		Десятки									
		0	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**
Единицы	**0**	0	100	400	900	1600	2500	3600	4900	6400	8100
	1	1	121	441	961	1681	2601	3721	5041	6561	8281
	2	4	144	484	1024	1764	2704	3844	5184	6724	8464
	3	9	169	529	1089	1849	2809	3969	5329	6889	8649
	4	16	196	576	1156	1936	2916	4096	5476	7056	8836
	5	25	225	625	1225	2025	3025	4225	5625	7225	9025
	6	36	256	676	1296	2116	3136	4356	5776	7396	9216
	7	49	289	729	1369	2209	3249	4489	5929	7569	9409
	8	64	324	784	1444	2304	3364	4624	6084	7744	9604
	9	81	361	841	1521	2401	3481	4761	6241	7921	9801

ПРОИЗВОДНЫЕ

c=const, f, g -функции

$$(c \cdot f)' = c \cdot f'$$

$$(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'$$

$$(f + g)' = f' + g'$$

$$(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

$$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f' \cdot g - f \cdot g'}{g^2}$$

$$(f^g)' = (e^{g \ln f})' = f^g \left(f' \frac{g}{f} + g' \ln f\right), \qquad f > 0$$

Производные степенных функций:

$c' = 0$ $\qquad$ $x' = 1$

$(c \cdot x)' = c$ $\qquad$ $(x^a)' = ax^{a-1}$

Производные показательных функций:

$$(a^x)' = a^x \ln a \qquad (x^x)' = x^x(1+\ln x)$$

$$(e^x)' = e^x \qquad (e^{f(x)})' = f'(x)e^{f(x)}$$

Производные логарифмических функций:

$$(\log_a x)' = \frac{1}{x \ln a} \qquad (\ln x)' = \frac{1}{x}$$

Производные тригонометрических функций

$$(\sin x)' = \cos x \qquad (\cos x)' = -\sin x$$

$$(tgx)' = \sec^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} \qquad (ctgx)' = -\cos ec^2 x = -\frac{1}{\sin^2 x}$$

$$(\sec x)' = tgx \sec x \qquad (\cos ecx)' = -ctgx \cos ecx$$

Производные обратных тригонометрических функций

$$(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} \qquad (\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$(arctgx)' = \frac{1}{1+x^2} \qquad (arcctgx)' = -\frac{1}{1+x^2}$$

$$(arc \sec x)' = \frac{1}{|x|\sqrt{x^2-1}} \qquad (\arccos ecx)' = -\frac{1}{|x|\sqrt{x^2-1}}$$

Таблица интегралов

$$\int du = u + C$$

$$\int u^k du = \frac{u^{k+1}}{k+1} + C,\ k \neq -1$$

$$\int \frac{du}{u} = \ln|u| + C$$

$$\int a^u du = \frac{a^u}{\ln a} + C$$

$$\int e^u du = e^u + C$$

$$\int \sin u\, du = -\cos u + C$$

$$\int \cos u\, du = \sin u + C$$

$$\int \mathrm{sh}\ u \cdot du = \mathrm{ch}\ u + C$$

$$\int \mathrm{ch}\ u \cdot du = \mathrm{sh}\ u + C$$

$$\int \frac{du}{\cos^2 u} = \mathrm{tg}\ u + C$$

$$\int \frac{du}{\sin^2 u} = -\mathrm{ctg}\ u + C$$

$$\int \frac{du}{\sqrt{a^2 - u^2}} = \arcsin\frac{u}{a} + C$$

$$\int \frac{du}{\sqrt{u^2 + \alpha}} = \ln\left|u + \sqrt{u^2 + \alpha}\right| + C$$

$$\int \frac{du}{u^2 + a^2} = \frac{1}{a}\mathrm{arctg}\ \frac{u}{a} + C$$

$$\int \frac{du}{u^2 - a^2} = \frac{1}{2a}\ln\frac{u-a}{u+a} + C$$

ПРИЛОЖЕНИЕ 4.

ПОДСКАЗКА № 2. РАССМОТРИ РАЗОБРАННОЕ ЗАДАНИЕ, ПО ИНТЕРЕСУЮЩЕЙ ТЕМЕ, И ИСПОЛЬЗУЯ АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ, РЕШИ ПОДОБНОЕ.

ПРОСТЕЙШИЕ ТЕКСТОВЫЕ ЗАДАЧИ.

Задача 1. Цена товара понизилась на 20%, затем еще на 15%. На сколько процентов понизилась цена товара по сравнению с первоначальной?

Решение. Пусть а – первоначальная цена товара. После повышения цены, товар стал стоить а + 0,25а =1,25а, найдем отношения первоначальной цены товара к его новой цене и выразим это отношение в процентах:

$$\frac{a}{1{,}25a}\cdot 100 = 80(\%).$$

Значит, новую цену товара надо снизить на 20% (100% - 80%=20%).

Ответ: 55%.

3-й уровень

Задача 2. Для офиса решили купить 4 телефона и 3 факса на сумму 14700 руб. Удалось снизить цену на телефон на 20%, и в результате за ту же покупку уплатили 13260 руб. Найти цену факса.

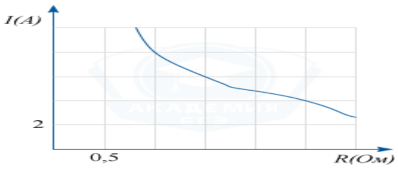
Решение. Пусть первоначальная цена телефона составляет x руб., а факса – y руб. Из условия задачи получаем первое уравнение: 4x+3y=14700

Т.к. цену на телефон снизили, то он стал стоить 80% от первоначальной цены, т.е. $\frac{80}{100}x = 0{,}8x.$ Теперь получаем второе уравнение 4·0,8x+3y=13260 или 3,2x+3y=13260. Решая эту линейную систему уравнений, находим y=2500.

Ответ: факс стоит 2500 руб.

ГРАФИКИ, ДИАГРАММЫ

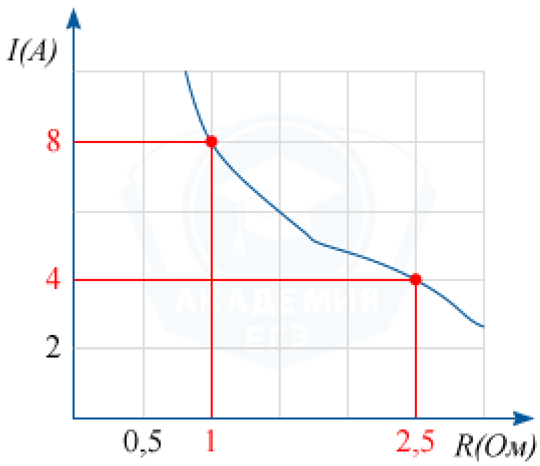
№1.Мощность отопителя в автомобиле регулируется дополнительным сопротивлением, которое можно менять, поворачивая рукоятку в салоне машины. При уменьшении сопротивления, увеличивается сила тока в электрической цепи электродвигателя, что приводит к ускорению вращения мотора отопителя. На графике показана зависимость силы тока от сопротивления в цепи. На оси абсцисс отложено сопротивление (в омах), а на оси ординат — сила тока в амперах. Рукоятку отопителя повернули таким образом, что ток в цепи снизился с 8 до 4 ампер. По графику определите, на сколько омов при этом увеличилось сопротивление?



Скрыть решение

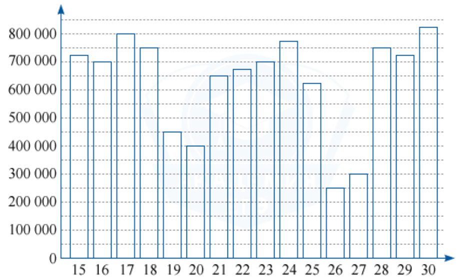
Решение

Используя рисунок, определим на оси ординат промежуток от 8 до 4 ампер (ток в цепи электродвигателя уменьшается), ему соответствует промежуток на оси абсцисс от 1 до 2,5 Ом, то есть сопротивление в цепи увеличилось на 1,5 Ома.



Ответ:1,5

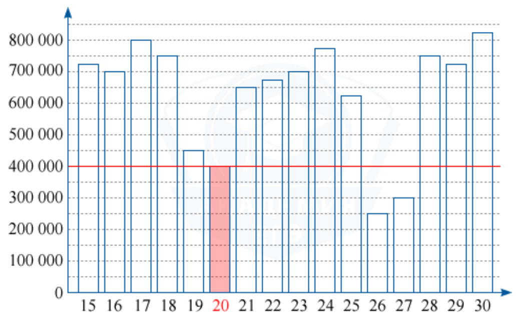
№2.На диаграмме показано количество посетителей сайта «Погода» во все дни с 15 по 30 августа 2003 года. По горизонтали указываются дни месяца, по вертикали — количество посетителей сайта в соответствующий день. Используя диаграмму определите, какого числа количество посетителей сайта «Погода» было наименьшим в период с 15 по 21 августа.



Скрыть решение

Решение

Находим нужный нам период с 15 по 21 августа. Далее, используя диаграмму, в этом периоде определяем самый низкий столбец, он соответствует 20 августа.



Ответ:20

НАХОЖДЕНИЕ ЗНАЧЕНИЙ ВЫРАЖЕНИЙ

№1Найти значение степенного выражения $3^{\frac{1}{3}}\cdot 7^{\frac{1}{3}}\cdot 21^{\frac{2}{3}}$.

Решение.

Равенство $(a\cdot b)^r=a^r\cdot b^r$, примененное справа налево, позволяет от исходного выражения перейти к произведению вида $(3\cdot 7)^{\frac{1}{3}}\cdot 21^{\frac{2}{3}}$ и дальше $21^{\frac{1}{3}}\cdot 21^{\frac{2}{3}}$. А при умножении степеней с одинаковыми основаниями показатели

складываются: $21^{\frac{1}{3}} \cdot 21^{\frac{2}{3}} = 21^{\frac{1}{3}+\frac{2}{3}} = 21^{1} = 21$.

Можно было выполнять преобразование исходного выражения и иначе:

$$3^{\frac{1}{3}} \cdot 7^{\frac{1}{3}} \cdot 21^{\frac{2}{3}} = 3^{\frac{1}{3}} \cdot 7^{\frac{1}{3}} \cdot (3 \cdot 7)^{\frac{2}{3}} = 3^{\frac{1}{3}} \cdot 7^{\frac{1}{3}} \cdot 3^{\frac{2}{3}} \cdot 7^{\frac{2}{3}} =$$
$$= 3^{\frac{1}{3}} \cdot 3^{\frac{2}{3}} \cdot 7^{\frac{1}{3}} \cdot 7^{\frac{2}{3}} = 3^{\frac{1}{3}+\frac{2}{3}} \cdot 7^{\frac{1}{3}+\frac{2}{3}} = 3^{1} \cdot 7^{1} = 21$$

№2.Найдите значение выражения

$$\frac{36\,sin\,102° \cdot cos\,102°}{sin\,204°}$$

Используем формулу синуса двойного аргумента:

$$\sin 2\alpha = 2\sin\alpha\cos\alpha$$

Выражение в числителе «сворачиваем»:

$$\frac{36\,sin\,102° \cdot cos\,102°}{sin\,204°} = \frac{18 \cdot 2 \cdot sin\,102° \cdot cos\,102°}{sin\,204°} =$$
$$= \frac{18 \cdot sin(2 \cdot 102°)}{sin\,204°} = \frac{18 \cdot sin\,204°}{sin\,204°} = 18$$

*Второй путь: можно было использовать эту же формулу преобразовав знаменатель.

$$sin\,204° = 2 \cdot sin\,102° \cdot cos\,102°$$

Ответ: 18

Найдите значение выражения

$$\frac{22(\sin^2 9° - \cos^2 9°)}{cos\,18°}$$

Для решения этого примера достаточно знать формулу косинуса двойного аргумента:

$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \sin^2\alpha$

Преобразуем знаменатель:

$$\frac{22(\sin^2 9^\circ - \cos^2 9^\circ)}{\cos 18^\circ} = \frac{22(\sin^2 9^\circ - \cos^2 9^\circ)}{\cos^2 9^\circ - \sin^2 9^\circ} =$$

$$= \frac{22(\sin^2 9^\circ - \cos^2 9^\circ)}{-(\sin^2 9^\circ - \cos^2 9^\circ)} = \frac{22}{-1} = -22$$

Ответ: –22

НАХОЖДЕНИЕ НАИБОЛЬШЕГО, НАИМЕНЬШЕГО ЗНАЧЕНИЯ ФУНКЦИИ

№1Найти наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = 2x^3 - 12x^2 + 18x + 3$ на отрезке $[-1; 2]$

Решение:

1) Вычислим значения функции в критических точках, принадлежащих данному отрезку:

$f'(x) = (2x^3 - 12x^2 + 18x + 3)' = 6x^2 - 24x + 18 = 6(x^2 - 4x + 3) = 0$

Полученное квадратное уравнение имеет два действительных корня: $x_1 = 1,\ x_2 = 3$ – критические точки.

Нас не интересует, есть в них максимумы/минимумы или нет.

Первая критическая точка принадлежит данному отрезку: $x_1 = 1 \in [-1; 2]$

А вот вторая – нет: $x_2 = 3 \notin [-1; 2]$.

Вычислим значение функции в нужной точке:

$f(x_1) = f(1) = 2 \cdot 1^3 - 12 \cdot 1^2 + 18 \cdot 1 + 3 = 2 - 12 + 18 + 3 = \mathbf{11}$

2) Вычислим значения функции на концах отрезка:

$$f(-1)=2\cdot(-1)^3-12\cdot(-1)^2+18\cdot(-1)+3=-2-12-18+3=\mathbf{-29}$$
$$f(2)=2\cdot 2^3-12\cdot 2^2+18\cdot 2+3=16-48+36+3=\mathbf{7}$$

3) Выбираем наибольшее и наименьшее.

Ответ: $\max\limits_{[-1;\,2]} f(x)=f(1)=11,\quad \min\limits_{[-1;\,2]} f(x)=f(-1)=-29$

ВЫЧИСЛЕНИЕ ОПРЕДЕЛЕННОГО ИНТЕГРАЛА

№1. Вычислить определенный интеграл

$$\int_1^2 2x^2dx$$

Решение:

$$\int_1^2 2x^2dx\overset{(1)}{=}2\int_1^2 x^2dx\overset{(2)}{=}\frac{2}{3}(x^3)\Big|_1^2\overset{(3)}{=}\frac{2}{3}(2^3-1^3)=\frac{2}{3}(8-1)=\frac{2}{3}\cdot 7=\frac{14}{3}=4\frac{2}{3}$$

(1) Выносим константу за знак интеграла.

(2) Интегрируем по таблице с помощью самой популярной формулы $\int x^n dx=\frac{x^{n+1}}{n+1}+C$. Появившуюся константу $\frac{1}{3}$ целесообразно отделить от x^3 и вынести за скобку. Делать это не обязательно, но желательно – зачем лишние вычисления?

(3) Используем формулу Ньютона-Лейбница $\int_a^b f(x)dx=F(X)\Big|_a^b=F(b)-F(a)$. Сначала подставляем в x^3 верхний предел, затем – нижний предел. Проводим дальнейшие вычисления и получаем Это пример для самостоятельно решения.

№2. Вычислить определенный интеграл

$$\int_{-2}^{4}(8+2x-x^2)dx$$

Решение:

$$\int_{-2}^{4}(8+2x-x^2)dx \overset{(1)}{=} 8\int_{-2}^{4}dx+2\int_{-2}^{4}xdx-\int_{-2}^{4}x^2dx \overset{(2)}{=} 8(x)\Big|_{-2}^{4}+2\cdot\frac{1}{2}(x^2)\Big|_{-2}^{4}-\frac{1}{3}(x^3)\Big|_{-2}^{4} \overset{(3)}{=}$$

$$=8(4-(-2))+(4^2-(-2)^2)-\frac{1}{3}(4^3-(-2)^3)=8\cdot 6+(16-4)-\frac{1}{3}(64+8)=$$

$$=48+12-24=36$$

(1) Используем свойства линейности определенного интеграла.

(2) Интегрируем по таблице, при этом все константы выносим – они не будут участвовать в подстановке верхнего и нижнего предела.

(3) Для каждого из трёх слагаемых применяем формулу Ньютона-Лейбница:

$$F(X)\Big|_a^b=F(b)-F(a)$$

2-й способ решения:

$$\int_{-2}^{4}(8+2x-x^2)dx=\left(8x+x^2-\frac{x^3}{3}\right)\Big|_{-2}^{4}=$$

$$-\frac{1}{3}(4^3-(-2)^3)=-\frac{1}{3}(64+8) \quad =\left(32+16-\frac{64}{3}\right)-\left(-16+4+\frac{8}{3}\right)=\frac{80}{3}+\frac{28}{3}=36$$

Совет: перед тем, как использовать формулу Ньютона-Лейбница, полезно провести проверку: а сама-то первообразная найдена правильно?

Стереометрия. Вычисление площади и объемов фигур

№1. Во сколько раз уменьшится объем конуса, если его высоту уменьшить в 3 раза?

Решение.

$$\boxed{V = \frac{1}{3} S_o H} \qquad \frac{V_1}{V_2} = \frac{\frac{1}{3} S_o h}{\frac{1}{3} S_o \frac{1}{3} h} = \frac{3}{1}$$

Ответ: в 3 раза.

ПРОИЗВОДНАЯ.

Немного теории:

1.В точках экстремума (минимума и максимума) функции $f(x)$ производная равна нулю. Также она равна и в точках локальных экстремумов, т.е. там, где возрастание функции сменяется ее убыванием и наоборот.

2.При возрастании функции значение производной положительно. Следовательно, чтобы определить точки, в которых производная возрастает, нужно выбрать те из них, которые находятся выше оси ОХ.

3. Положительный знак производной означает, что в точке взятия производной функция возрастает

4. Функция $f(x)$ принимает минимумы или максимумы в точках, где производная равна нулю, т.е. пересекает ось ОХ. Чтобы определить только точки максимума нужно выбрать точку $f'(x) = 0$, которой предшествует положительное значение производной, т.е. когда график производной пересекает ось ОХ из положительной области в отрицательную

5. Значение производной в точке – это тангенс угла наклона касательной к оси ОХ, проведенной в этой точке. Производная будет принимать нулевые значения в точках максимума и минимума функции $f(x)$.

6. Производная – это тангенс угла наклона касательной к оси ОХ и в точках максимума и минимума функции $f(x)$ она равна нулю

7. скорость равна производной от пути

8. Производная равна тангенсу угла наклона касательной к оси ОХ. Рассмотрим прямоугольный треугольник. Тангенс будет равен отношению противолежащего катета на прилежащий.

9 Первообразная $F(x)$ связана с функцией $f(x)$ соотношением $f(x)=F'(x)$. Нам нужно найти точки, в которых $f(x)=0$, что соответствует $F'(x)=0$, т.е. точки, в которых значение производной от первообразной равна нулю. Как известно производная обращается в нуль в точках максимума и минимума функции, т.е. нужно найти такие точки на графике в заданном диапазоне.

10. Производная равна нулю в точках экстремума функции (в точках максимума и минимума).

11. В точке касания касательная и график функции описываются одним уравнением, т.е. можно приравнять выражение

12.В точке касания производная функции должна иметь тот же угловой коэффициент, что и касательная

13. В точке касания производная функции должна иметь тот же угловой коэффициент, что и касательная Например, угловой коэффициент равен 1. Тогда производная в точке касания должна быть равна 1

№1.Прямая $y = 7x-5$ параллельна касательной к графику функции $y = x^2+6x-8$. Найдите абсциссу точки касания.

Решение:

$y = 7x-5$ ($y= kx+b$) $\mathbf{k=7}$

$\mathbf{y'(x_0) = tg\ \alpha = k}$

$(x^2+6x-8)' = 7$

$2x+6 = 7$

$2x = 1$

$x = 0{,}5$

Ответ: 0,5

ИРРАЦИОНАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

При решении иррациональных уравнений необходимо учитывать следующее:

1) если показатель корня - четное число, то подкоренное выражение должно быть неотрицательно; при этом значение корня также является неотрицательным (определение корня с четным показателем степени);

2) если показатель корня - нечетное число, то подкоренное выражение может быть любым действительным числом; в этом случае знак корня совпадает со знаком подкоренного выражения.

Пример 1. Решить уравнение $\sqrt{x^2 - 3} = 1$

Решение.

Возведем обе части уравнения в квадрат.

$x^2 - 3 = 1;$

Перенесем -3 из левой части уравнения в правую и выполним приведение подобных слагаемых.

$x^2 = 4;$

Полученное неполное квадратное уравнение имеет два корня -2 и 2.

Произведем проверку полученных корней, для этого произведем подстановку значений переменной x в исходное уравнение.

Проверка.

При $x_1 = -2$ $\sqrt{(-2)^2 - 3} = 1$ - истинно:

При x_2 = -2 $\sqrt{2^2-3}=1$ - истинно.

Отсюда следует, что исходное иррациональное уравнение имеет два корня -2 и 2.

Пример 2. Решить уравнение $\sqrt{x-9}=\sqrt{1-x}$.

Это уравнение можно решить по такой же методике как и в первом примере, но мы поступим иначе.

Найдем ОДЗ данного уравнения. Из определения квадратного корня следует, что в данном уравнении одновременно должны выполнятся два условия:

а) $x - 9 \geq 0$;

$x \geq 9$;

б) $1 - x \geq 0$;

$-x \geq -1$;

$x \leq 1$.

ОДЗ данного уравнения: $x \in \varnothing$.

Ответ: корней нет.

ПОКАЗАТЕЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ.

№1. $3^x = 3^2$ $x = 2$

ЛОГАРИФМИЧЕСКИЕ УРАВНЕНИЯ.

№1.Решить уравнение: $\lg(x^2 - 17) = \lg(x + 3)$.

Для нахождения ответа аналогичных уравнений применяем нижеследующее свойство логарифмов**:** если логарифмы двух чисел по одному и тому же основанию равны, то равны и сами эти числа.

И соответственно имеем, что если только у данного уравнения есть корни, то они будут удовлетворять уравнению:

$x^2 - 17 = x + 3$,

отсюда получаем $x_1 = 5$, $x_2 = -4$.

Осуществим подстановку для проверки при $x = 5$

$$lg\ (x^2-17) = lg\ 8 и\ lg\ (x+3) = lg\ 8.$$

Следовательно, $x = 5$ - **корень** выбранного **уравнения**.

При $x = -4$ левая и правая части данного уравнения не существуют, поскольку $x^2 - 17 = -1 < 0$ и $x + 3 = -1 < 0$. Из этого делаем вывод, $x = -4$ не может быть корнем уравнения.

Ответ: $x = 5$.

.