**Таблица 2.1 Геометрические приложения кратных интегралов**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Приложение | Двойной интеграл | Тройной интеграл |
| Площадь плоской фигуры | элементарной области относительно оси Оу  элементарной области относительно оси Ох  области, ограниченной линиями, заданными в полярных координатах |  |
| Объем тела | для области *R* типа I  для области *R* типа II  объем цилиндрического тела между поверхностями *z*1=*f*(*x,y*) и *z*2=*g*(*x,y*) с проекцией *R* тела на плоскость  в полярных координатах | в декартовых координатах  в цилиндрических координатах  в сферических координатах |
| Площадь поверхности | поверхности заданной функцией  *z=f*(*x,y*), где *R* – проекция поверхности на плоскость . |  |

**Таблица 2.2 Геометрические приложения**

**криволинейных и поверхностных интегралов.**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Приложения | Криволинейный интеграл | Поверхностный интеграл |
| Длина кривой | кривой С, описываемой вектором    кривой С, заданной в полярных координатах уравнением |  |
| Площадь | область ограничена замкнутой кривой С, заданной в плоскости O*xy*  , кривая задана в параметрическом виде | поверхность *S* задана параметрически с помощью вектора  поверхность *S* задана в явном виде функцией *z*(*x,y*) |
| Объем тела | тело образовано вращением области *R,* ограниченной кривой *С* вокруг оси O*x* | Тело ограниченно замкнутой поверхностью |

**Таблица 2.3. Физические приложения кратных интегралов**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Приложения | Двойной интеграл | Тройной интеграл |
| Масса | пластины с плотностью в точке (*х,у*) области *R* | тела объема U с плотностью |
| Статические моменты | относительно оси O*x*  относительно о*си* Oy | , относительно плоскости *Oxy*  , относительно плоскости *Oxz,*  ,относительно плоскости *Oyz* |
| Координаты центра масс | пластины области *R* в плоскости O*xy* с плотностью | тела объема U с плотностью |
| Моменты инерции | пластины относительно Ох  пластины относительно Оу  –полярный момент инерции пластины | относительно плоскости *Oxy*  относительно плоскости *Oxz*  относительно плоскости *Oyz*  относительно начала координат |
| Заряд пластины | заряд распределен по области R, с плотностью распределения . |  |
| Среднее значение функции | где − площадь области интегрирования *R* |  |
| Ньютонов потенциал |  | где *ρ*(*ξ,η,ζ*) − плотность тела и |

**Таблица 2.4. Физические приложения криволинейных и поверхностных интегралов**

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Приложение | Криволинейный интеграл | Поверхностный интеграл |
| Масса | кривой C плотностью *ρ*(*x,y,z*)  кривой, заданной в параметрическом виде  кривой, в параметрическом виде на плоскости | оболочки *S* с плотностью |
| Центр масс | , ,  для кривой С плотностью *ρ* (*x,y,z*) | ,,  оболочки *S* с плотностью |
| Моменты инерции кривой | ,  ,    оболочки относительно осей *Ox, Oу, Oz* | ,  оболочки относительно осей *Ox, Oу, Oz*      относительно плоскостей *Оxy, Оyz Оxz* |
| Работа поля | при перемещении тела в силовом поле вдоль кривой *C* |  |
| Закон Ампера | , *µ0*- магнитная проницаемость вакуума |  |
| Закон Фарадея |  |  |
| Сила притяжения поверхности |  | между телом m и поверхностью S, где , *G* - гравитационная постоянная. |
| Сила давления |  | созданная давлением *p*(*r*) на поверхность *S* |
| Поток жидкости и поток вещества |  | поток скорости  жидкости через поверхность S  поток скорости  вещества через поверхность S , ρ – плотность вещества |
| Заряд поверхности |  | , где плотность распределения заряда по поверхности *S* |
| Теорема Гаусса |  | ,где |