ДЕПАРТАМЕНТ СПОРТА ГОРОДА МОСКВЫ

**ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ ГОРОДА МОСКВЫ "МОСКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ СПОРТА И ТУРИЗМА"**

 **(ГАОУ ВО МГУСиТ)**

Статья

на тему: «Разработка двухурочного цикла по математике»

Г.Г. Левитас. Технология учебных циклов.

Автор: Богомолова Оксана Николаевна.

Москва, 2023 год.

Тема : «Разработка двухурочного цикла по математике».

III курс, группа СФК21-09/03 по специальности «Педагог по физической культуре и спорту»

Учебно-методический комплекс: И. Д. Пехлецкий. Математика. 10-е издание, СПО, изд. Академия, М.-2019.

Тема цикла: «Определители. Решение систем линейных уравнений (СЛУ) по правилу Крамера.

Система оборудования: проектор, компьютер, экран.

Урок 1. Урок изложения нового материала.

Цель:

1. Образовательная - сформировать понятие определителя, рассмотреть свойства определителей.
2. Развивающая – выработать навыки использования нескольких простейших приемов вычисления определителей.
3. Воспитательная – продемонстрировать логику и диалектику развития математических понятий.

Краткая схема урока:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| №этапа | Содержание этапа | Время (мин.) | Деятельность преподавателя | Деятельность обучающихся |
| 1 | Организационный момент | 2 | Приветствие, формулировка темы и целей, перекличка отсутствующих | Слушают преподавателя, настраиваются на занятие, откликаются на свою фамилию |
| Математический диктант | 10 | Включает проектор, диктует вопросы, наблюдает за работой обучающихся, по окончании собирает работы, демонстрирует правильные ответы. | Подписывают листы, записывают ответы. По окончании меняются своими работами с соседом по парте для проверки правильности ответов. Обсуждают результаты. |
| 2 | Объяснение нового материала | 15 | Ведет рассказ-беседу. Предъявляет конспект. | Слушают, записывают конспект, участвуют в беседе. |
| 3 | Репродуктивное закрепление | 15 | Дает задания для пошагового выполнения. Контролирует правильность работы. | Выполняют задания, контролируя каждый шаг. |
| 4 | Домашнее задание | 2 | На доске записывает и комментирует д/з | Записывают в тетрадь. |
| 5 | Подведение итогов | 1 | Объявляет отметки за работу в классе, говорит о достигнутости поставленных целей, отвечает на вопросы обучающихся. | Слушают преподавателя, задают вопросы. |

Ход урока 1.

**I этап. Контроль и актуализация знаний**

1. Организационный момент (приветствие, формулировка темы, целей, перекличка обучающихся).
2. Математический диктант. Преподаватель вызывает двух человек (по желанию) для работы на закрытых досках. Остальная часть обучающихся достает половинки листочков. На экране проектора написаны вопросы, преподаватель озвучивает их, а обучающиеся письменно отвечают на них.

Критерии оценки:

«5»- пять верных ответов,

«4»- четыре верных ответа,

«3»- три верных ответа,

«2»- два верных ответа и менее.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 1 вариант | 2 вариант |
|  | Вопрос | Ответ | Вопрос | Ответ |
| 1 | Как называется прямоугольная таблица чисел, состоящая из m-строк и n-столбцов. | Матрица | Что указывают буквы m и n в матрице?  | Размерность матрицы |
| 2 | Как называется матрица у которой m=n? | Квадратная | Как называется матрица $A^{-1}$ к данной квадратной матрице А? | Обратная матрица |
| 3 | В чем заключается метод Гаусса при решении СЛУ? | Метод исключения переменных |  В каком случае СЛУ не имеет решений при использовании метода Гаусса?  | При $0x+0y+0z=a\ne 0$ |
| 4 | Найти $А^{Т}$, если $А=\left(\begin{matrix}7&8&4\\-3&0&1\end{matrix}\right)$ | $$A=\left(\begin{matrix}7&-3\\8&0\\4&1\end{matrix}\right)$$ | Как называется операция, если строки и столбцы матрицы меняются местами? | Транспонирование матрицы |
| 5 | Вычислить А+В, где $A=\left(\begin{matrix}1&3&4\\5&6&0\end{matrix}\right), $$$B=\left(\begin{matrix}2&-3&4\\0&7&1\end{matrix}\right)$$ | $$A+B=\left(\begin{matrix}3&0&8\\5&13&1\end{matrix}\right)$$ | Вычислить: $A-B, где A=\left(\begin{matrix}3&0\\4&2\\1&6\end{matrix}\right)$*,*$$B=\left(\begin{matrix}1&3\\2&0\\1&6\end{matrix}\right)$$ | $$A-B=\left(\begin{matrix}2&-3\\2&2\\0&0\end{matrix}\right)$$ |

**II этап. Объяснение материала.**

1. Для квадратных матриц вводится понятие *определителя.*

Определение. Определитель матрицы А-это число, обозначаемое $\left|А\right|=\left|\begin{matrix}a\_{11}&…&a\_{1n}\\…&…&…\\a\_{n1}&…&a\_{nn}\end{matrix}\right|$, где

$A=\left(\begin{matrix}a\_{11}&…&a\_{1n}\\…&…&…\\a\_{n1}&…&a\_{nn}\end{matrix}\right)$, которое находится по правилу:

* Если матрица А содержит всего один элемент $a\_{11}$, то $\left|a\_{11}\right|$=$a\_{11}$, т. е. ее определитель совпадает с данным элементом.

Определение. Определителем второго порядка соответствующему данной матрице называется число, обозначаемое символом:

$$A=\left|\begin{matrix}a\_{11}&a\_{12}\\a\_{21}&a\_{22}\end{matrix}\right|=a\_{11}\left|a\_{22}\right|-a\_{12}\left|a\_{21}\right|=a\_{11}a\_{22}-a\_{12}a\_{21}.$$

Произведение элементов главной диагонали вычесть произведения элементов побочной диагонали.

Определение. Определителем третьего порядка называется число, которое определяется по правилу:

$\left|\begin{matrix}a\_{11}&a\_{12}&a\_{13}\\a\_{21}&a\_{22}&a\_{23}\\a\_{31}&a\_{32}&a\_{33}\end{matrix}\right|$=$a\_{11}\left|\begin{matrix}a\_{22}&a\_{23}\\a\_{32}&a\_{33}\end{matrix}\right|-a\_{12}\left|\begin{matrix}a\_{21}&a\_{23}\\a\_{31}&a\_{33}\end{matrix}\right|++a\_{13}\left|\begin{matrix}a\_{21}&a\_{22}\\a\_{31}&a\_{32}\end{matrix}\right|=a\_{11}a\_{22}a\_{33}-a\_{11}a\_{23}a\_{32}-a\_{12}a\_{21}a\_{33}++a\_{12}a\_{23}a\_{31}+a\_{13}a\_{21}a\_{32}-a\_{13}a\_{22}a\_{31}.$

Или по *правилу треугольника* (рассмотреть самостоятельно дома).

Пример.

$$\left|\begin{matrix}1&2&3\\4&5&6\\7&8&9\end{matrix}\right|=1∙5∙9+4∙8∙3+2∙6∙7-3∙5∙7-2∙4∙9-6∙8∙1=45+96+84-105-72-48=0.$$

1. Правило Крамера.

Определение. Квадратная матрица, определитель которой отличен от нуля, называется *невырожденной*, и вырожденной - в противоположном случае.

Пусть дана СЛУ с квадратной невырожденной матрицей

$\left\{\begin{matrix}a\_{11}x\_{1}+a\_{12}x\_{2}+a\_{13}x\_{3}=b\_{1},\\a\_{21}x\_{1}+a\_{22}x\_{2}+a\_{23}x\_{3}=b\_{2,}\\a\_{31}x\_{1}+a\_{32}x\_{2}+a\_{33}x\_{3}=b\_{3, }\end{matrix}\right.$ где $a\_{11},a\_{12},…,a\_{33},b\_{1},…,b\_{3}-постоянные, x\_{1},x\_{2},x\_{3}-неизвестные, $тогда существует метод решения по *правилу Крамера*:

$$x\_{1}=\frac{∆\_{1}}{∆}, x\_{2}=\frac{∆\_{2}}{∆}, x\_{3}=\frac{∆\_{3}}{∆}, где ∆\_{1}=\left|\begin{matrix}b\_{1}&a\_{12}&a\_{13}\\b\_{2}&a\_{22}&a\_{23}\\b\_{3}&a\_{32}&a\_{33}\end{matrix}\right|, ∆\_{2}==\left|\begin{matrix}a\_{11}&b\_{1}&a\_{13}\\a\_{21}&b\_{2}&a\_{23}\\a\_{31}&b\_{3}&a\_{33}\end{matrix}\right|, ∆\_{3}=\left|\begin{matrix}a\_{11}&a\_{12}&b\_{1}\\a\_{21}&a\_{22}&b\_{2}\\a\_{31}&a\_{32}&b\_{3}\end{matrix}\right|.$$

Система имеет единственное решение, если ее определитель $∆\ne 0.$

**III этап. Первоначальное (репродуктивное) закрепление изложенного материала.**

Решение задач.

№5.52 (а) Решить с помощью определителей систему:

$$\left\{\begin{matrix}3x+2y=7,\\4x-5y=40.\end{matrix}\right. $$

Решение. $\left\{\begin{matrix}3x+2y=7,\\4x-5y=40.\end{matrix}\right.$

$$∆=\left|\begin{matrix}3&2\\4&-5\end{matrix}\right|=3\left(-5\right)-4∙2=-15-8=-23\ne 0 =>∃ единственное решение.$$

$$∆\_{1}=\left|\begin{matrix}7&2\\40&-5\end{matrix}\right|=-35-80=-115,$$

$$∆\_{2}=\left|\begin{matrix}3&7\\4&40\end{matrix}\right|=120-28=92.$$

$$x=\frac{∆\_{1}}{∆}=\frac{-115}{-23}=5.$$

$$y=\frac{∆\_{2}}{∆}=\frac{92}{-23}=-4.$$

$$Ответ:\left(5;-4\right).$$

$№5$.53 (а). Решить с помощью определителей систему:

$$\left\{\begin{matrix}2x-3y+z-2=0\\x+5y-4z+5=0\\4x+y-3z+4=0\end{matrix}\right.$$

Решение:

$$\left\{\begin{matrix}2x-3y+z-2=0\\x+5y-4z+5=0\\4x+y-3z+4=0\end{matrix}\right.$$

$$∆=\left|\begin{matrix}2&-3&1\\1&5&-4\\4&1&-3\end{matrix}\right|=-30+1+48-20+8-9=-2\ne 0 =>∃ единственное решение. ∆\_{1}=\left|\begin{matrix}2&-3&1\\-5&5&-4\\-4&1&-3\end{matrix}\right|=-30+\left(-5\right)-48-\left(-20\right)+8+45=-10, ∆\_{2}=\left|\begin{matrix}2&2&1\\1&-5&-4\\4&-4&-3\end{matrix}\right|=30+\left(-32\right)-4+20-32+6=-12. ∆\_{3}=\left|\begin{matrix}2&-3&2\\1&5&-5\\4&1&-4\end{matrix}\right|=-40+2+60-40+10-1=-20. x=\frac{∆\_{1}}{∆}=\frac{-10}{-2}=5, y=\frac{∆\_{2}}{∆}=\frac{-12}{-2}=6, z=\frac{∆\_{3}}{∆}=\frac{-20}{-2}=10. $$

Ответ: (5;6;10).

 Вопрос:\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Ожидаемый ответ:\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**IV этап. Домашнее задание.**

1. Выучить конспект для последующего воспроизведения (Киреева Д., Марковский П. отвечающие у доски)
2. П.5.3.3
3. №5.52 (Б), 5.53 (Б).

**V этап.** Подведение итогов. Оценки за работу в классе.

Урок 2. Урок самостоятельной работы.

Цель:

1. Образовательная- закрепить умения решать СЛУ по формулам Крамера;
2. Развивающая- развитие умений преодолевать трудности при решении математических задач;
3. Воспитательная- воспитание дисциплинированности, честности.

Краткая схема урока:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| №этапа | Содержание этапа | Время (мин.) | Деятельность преподавателя | Деятельность обучающихся |
| 1 | Организационный момент | 2 | Приветствие, формулировка темы и целей, перекличка отсутствующих | Слушают преподавателя, настраиваются на занятие, откликаются на свою фамилию |
| Проверка знаний теоретического материала | 10 | Вызывает 2ух отвечающих к доске, контролирует выполнение задания у остальных обучающихся. | Все обучающиеся воспроизводят по памяти конспект из предыдущего урока |
| 2 | Тренировочное закрепление | 15 | Руководит процессом решения задач, отвечает на вопросы обучающихся. | Решают задачи, задают вопросы. |
| 3 | Самостоятельная работа | 15 | Раздает задания каждому на парту, комментирует условия. | Решают самостоятельно. |
| 4 | Домашнее задание | 2 | На доске записывает и комментирует д/з | Записывают в тетрадь. |
| 5 | Подведение итогов | 1 | Объявляет отметки за работу в классе, говорит о достигнутости поставленных целей, отвечает на вопросы обучающихся. | Слушают преподавателя, задают вопросы. |

Ход урока 2.

**I этап проверки знания теоретического материала.**

1. Организационный момент. Приветствие, формулировка темы, целей, перекличка обучающихся.
2. Проверка теоретического материала. Двое обучающихся Киреева Дарья и Марковский Павел вызываются на закрытые доски для воспроизведения письменно теоретического материала; остальные студенты воспроизводят конспект на листочках по памяти. После этого отвечающие у доски расск4азывают весь материал по учебнику.

**II этап тренировочного закрепления.**

Обучающиеся под руководством преподавателя решают задачи, аналогичные первым (простым) заданиям самостоятельной работы. Эти решения остаются на доске во время самостоятельной работы.

 Задание 1.

Вычислите определитель второго порядка:

$\left|\begin{matrix}0&0\\1&1\end{matrix}\right|=0∙2-1∙0$=0

$$Ответ:0.$$

Задание 2. Вычислите определитель третьего порядка:

$$\left|\begin{matrix}1&-3&2\\5&4&-1\\0&-2&3\end{matrix}\right|=12+\left(-20\right)+0-0-2+45=35.$$

$Ответ$:35.

Задание 3. С помощью определителей решите систему:

$$\left\{\begin{matrix}2u-v=0,\\3u+4v=11\end{matrix}\right.$$

Решение:

$$∆=\left|\begin{matrix}2&-1\\3&4\end{matrix}\right|=8+3=11\ne 0=>∃ единственное решение$$

$$∆\_{1}=\left|\begin{matrix}0&-1\\11&4\end{matrix}\right|=0∙4+11=11$$

$$∆\_{2}=\left|\begin{matrix}2&0\\3&11\end{matrix}\right|=22-0=22.$$

$$x=\frac{∆\_{1}}{∆}=\frac{11}{11}=1$$

$$y=\frac{∆\_{2}}{∆}=\frac{22}{11}=2$$

Ответ: (1;2).

Задание 4. Решите систему уравнений:

$$\left\{\begin{matrix}x-y+z=6\\2x+y+z=3\\x+y+z=5\end{matrix}\right.$$

Решение:

$$∆=\left|\begin{matrix}1&-1&1\\2&1&1\\1&1&1\end{matrix}\right|=1+2+\left(-1\right)-1+2=2\ne 0 =>∃ единственное решение.$$

$$∆\_{1}=\left|\begin{matrix}6&-1&1\\3&1&1\\5&1&1\end{matrix}\right|=6+3+\left(-5\right)-5-6+3=-4.$$

$$∆\_{2}=\left|\begin{matrix}1&6&1\\2&3&1\\1&5&1\end{matrix}\right|=3+10+6-3-5-12=-1$$

$$∆\_{3}=\left|\begin{matrix}1&-1&6\\2&1&3\\1&1&5\end{matrix}\right|=5+12+\left(-3\right)-6-3+10=15.$$

$$x=\frac{∆\_{1}}{∆}=\frac{-4}{2}=-2;$$

$$y=\frac{∆\_{2}}{∆}=\frac{-1}{2}=-\frac{1}{2}$$

$$z=\frac{∆\_{3}}{∆}=\frac{15}{2}=7,5.$$

$$Ответ:\left(-2;-0,5;7,5\right).$$

**III этап. Самостоятельная работа.**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| № | Вариант 1 | Ответ | Вариант 2 | Ответ |
| 1. | Вычислить определитель второго порядка: |
|  | $$\left|\begin{matrix}0&1\\2&1\end{matrix}\right|$$ | -2 | $$\left|\begin{matrix}2&4\\4&8\end{matrix}\right|$$ | 0 |
| 2. | Вычислите определитель третьего порядка: |
|  | $$\left|\begin{matrix}1&1&-1\\-3&0&2\\1&2&3\end{matrix}\right|$$ | 13 | $$\left|\begin{matrix}1&2&-1\\0&1&2\\2&4&3\end{matrix}\right|$$ | 5 |
| 3. | С помощью определителей решите систему: |
|  | $$\left\{\begin{matrix}3x+2y=13\\x-3y=-3\end{matrix}\right.$$ | (3;2) | $$\left\{\begin{matrix}3x-y=5\\6x-2y=10\end{matrix}\right.$$ | Решений нет |
| 4. | Решите систему уравнений с помощью определителей: |
|  | $$\left\{\begin{matrix}2x+y+z=-4\\-x-2y+2z=14\\4x+2y+z=7\end{matrix}\right.$$ | (22;-33;-15) | $$\left\{\begin{matrix}x+y-z=2\\-2x+y+z=3\\x+y+z=6\end{matrix}\right.$$ | (1;3;2) |
| 5. | Решите систему уравнений с помощью определителей: |
|  | $$\left\{\begin{matrix}5x+4z=1\\x-y+2z=0\\4x+y+2z=1\end{matrix}\right.$$ | Решений нет | $$\left\{\begin{matrix}2x-z=1\\x-y+2z=0\\4x+y+2z=1\end{matrix}\right.$$ | ($\frac{5}{13};\frac{-1}{13};-\frac{3}{13})$ |

**IV. Домашнее задание.** П.5.3.3. №5.54, 5.53.

**V.** **Подведение итогов, выставление отметок за урок.**