**Лекция**

**Тема «Решение рациональных неравенств (линейных, дробно – линейных и квадратных) методом интервалов»**

Учитель математики Воронцова М.С.

Содержание

1. Лекция. Решение рациональных неравенств (линейных, дробно – линейных и квадратных) методом интервалов.
2. Список используемой литературы

Лекция. Решение рациональных неравенств (линейных, дробно – линейных и квадратных) методом интервалов.

**Цель урока:** повторить применение метода интервалов для решения квадратных неравенств различных типов. Подготовка к ЕГЭ.

**Задачи урока:**

* Обобщение и  совершенствование  знаний,  умений школьников по теме «Решение квадратных и дробно-рациональных неравенств методом интервалов»;
* Развитие у учащихся математического мышления, самостоятельности в приобретении новых знаний, навыков творческого подхода к решению заданий.

***Определение. Квадратными неравенствами*** *называются неравенства вида ,, гдеи,– переменная, при этом.*

Выделяют два основных метода решения квадратных неравенств – ***графический***  и  ***аналитический***.

1.***Графический метод***. Решение определяется в зависимости от расположения графика (таблица1).

*Таблица1.*

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  | нет решений | нет решений |  |
|  |  |  |  |
|  | нет решений |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  | нет решений | нет решений |  |
|  | нет решений |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

2. ***Аналитический метод.***Если , то квадратный трехчлен раскладывают на множители и полученное равносильное неравенство решают методом интервалов

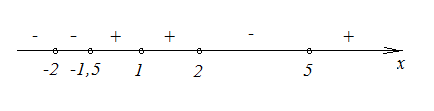
2.1. Рациональные и дробно-рациональные неравенства. Метод интервалов для рациональных неравенств

Важнейшим методом решения неравенств является ***метод интервалов***. Данный метод основан на том, что двучлен положителен прии отрицателен при, то есть меняет знак при переходе через точку.

Кроме того полезно использовать следующие правила:

1. двучлен в**нечетной** степени ведет себя так же, как ;
2. двучлен в**четной** степени **не меняет** знак при переходе через точку ;
3. квадратный трехчлен при,, поэтому он может быть опущен при решении любого неравенства;
4. при переходе через точку может изменить знак только множитель вида, а выражение, где, при переходе через точкузнак не меняет.

**Пример 1.**Решить неравенство *.*

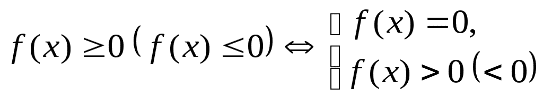
**Решение.**Для решения строгого неравенства наносим на числовую ось нули функции кружочками («дырками»). Далее расставляем знаки, используя приведенные выше правила:

Тогда решение неравенства имеет вид: .

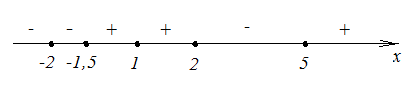
**Ответ:**.

**Пример 2.**Решить неравенство *.*

**Решение.** Напомним, что по определению,

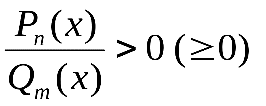
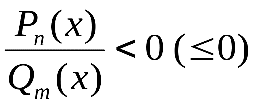
.

Для решения нестрогих неравенств наносим нули функции на числовую ось точками. Затем расставляем знаки в промежутках:



Решение примет вид: .

**Ответ:**.

***Определение****Неравенства вида*,,*где ,- многочлены, называются****рациональными****.*

Для решения рациональных неравенств необходимо предварительно сделать следующие преобразования:

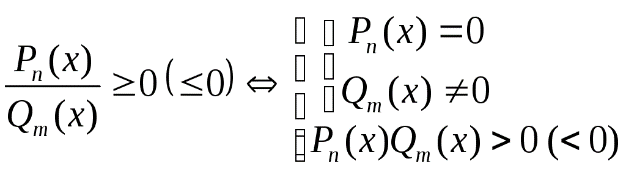
1. все члены неравенства перенести в одну сторону и привести дроби к общему знаменателю;

2. выражения, стоящие в числители и знаменатели разложить на множители;

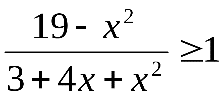
3. определить нули числителя и знаменателя;

4. применить метод интервалов.

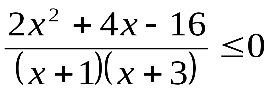
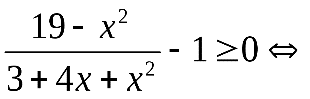
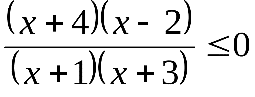
***Замечание 1*.***М****е****тод интервалов применяется к дроби точно так же, как и к многочленам. Для нестрого же неравенства имеем:*

.

*При решении нестрогих рациональных неравенств нули числителя наносятся на числовую ось точками, а нули знаменателя*(*и нули числителя, если они равны нулям знаменателя*)*– «дырками».*

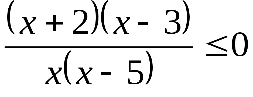
**Пример 3.**Решить неравенство *.*

**Решение.**

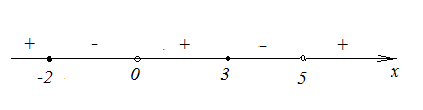
, 



**Ответ:** .

**Пример 4..**Найти сумму целых решений неравенства .

**Решение.**Решим неравенство методом интервалов*:*



тогда *.*Целыми решениями являются числа: -2, -1. 3. 4. Их сумма равна 4.

**Ответ:**4.

Вывод Метод интервалов помогает решать дробно-рациональные неравенства по алгоритму. Правила просты: приводим неравенство к такому виду, что в его левой части – произведение множителей или дробь, а в правой – ноль. Находим точки, в которых левая часть обращается в ноль или не определена. Отмечаем на числовой оси эти точки. Они разбивают числовую ось (или координатную прямую) на интервалы, на каждом из которых функция в левой части неравенства сохраняет свой знак. Определяем знаки на интервалах, помня о правилах чередования знаков. И записываем ответ.

Список литературы

1. Алгебра. 8 класс : методическое пособие для учителя / А. Г. Мордкович [и др.] ; под ред. А. Г. Мордковича. 11-е изд., стер. М. : Мнемозина, 2016. 255 с.

2. Алгебра. 9 класс. С углубленным изучением математики : учеб. / Н. Я. Виленкин [и др.] ; под ред. С. А. Теляковского. 31-е изд., стер. М. : Мнемозина, 2013. 218 с.

3. Алгебра. 9 класс : учеб. / Ю. М. Колягин [и др.] ; под ред. М. В. Ткачева. 15-е изд., перераб. и доп. М. : Просвещение, 2019. 324 с.

4. Алгебра. 9 класс : учеб. / Ю. Н. Макарычев [и др.] ; под ред. М. В. Ткачева. 19-е изд., перераб. и доп. М. : Просвещение, 2013. 287 с.

5. Мельников И. И. Задачи по математике. Уравнения и неравенства : учебное пособие. М. : «Наука», 2017. 73 с.

6. Саранцев Г. И. Методика обучения математике в средней школе : учеб. пособие для студентов мат. специальностей пед. вузов и ун-тов. М. : Просвещение, 2015. 305 с.

7. Симанькова М. Л. Обобщающее повторение темы «Решение неравенств и систем неравенств» : учеб. пособие для студентов мат. специальностей пед. вузов и ун-тов. М. : Просвещение, 2021. 305 с.

8. Фалилеева М. В. Методические аспекты обучения решению уравнений и неравенств с параметрами // Фундаментальные исследования : научн. метод. журн. 2013. № 4-5. 125 с. URL: http://www.fundamentalresearch.ru/ru/article/view?id=31396 (дата обращения: 29.05.2022).

9. Цыпкин А. Г. Справочник по методам решения задач по математике : учебное пособие. М. : «Наука», 2019. 116 с.