|  |  |
| --- | --- |
| |  | | --- | | **Фирсова Кристина Александровна**  Учитель математики и информатики,  МАОУ СОШ №35 им. А.Д. Безкровного  (г.-к. Анапа)  **Kristina.chanturiya.99@gmail.com** | |
|  |
| Разработка дидактического обеспечения изучения темы “Параллельность прямой и плоскости” в среде 3*Ds-Geometry* *Аннотация:*Слово “стереометрия” происходит от греческих слов “стерео” - объёмный, пространственный и “метрия” - измерять. Стереометрия подразумевает изучения объёмных фигур, но в данный момент учащиеся сталкиваются с их плоскими рисунками. Это расхождения приводит некоторых обучающихся в “тупик” изучения геометрии, а в некоторых случаях и к неприязни к предмету. Как помочь учащимся в изучении раздела стереометрии и как учащимся привить интерес к такому предмету как геометрия?  В современных условиях данную проблему можно решить с помощью технологических новшеств и перейти к новому подходу в обучении геометрии.  (https://spf.sutr.ru/3Ds-Geometry\_site/v2/index.html) |
|  |

В курсе математики на уроках стереометрии нередко возникает проблема с пониманием обучаемыми формулировками и способами решения задач, которые могут преодолеваться с помощью наглядных геометрических моделей и построений.

Школьный курс геометрии состоит из двух частей: планиметрии и стереометрии. Планиметрия, изучает свойства геометрических фигур на плоскости, то есть за рамки однотипных задач не выходит, каждый урок одно и то же, перенос двухмерного чертежа в точности с учебника в тетрадь. Это и заставляет учащихся пропускать необходимую им информацию. Стереометрия изучает свойства фигур в пространстве, где все задачи разные и при этом действия с “копированием” рисунка не пройдут так же легко, как и в планиметрии.

В чём же заключается главная проблема формирования пространственного мышления? Почему учащиеся не обнаружили достижений в геометрии?

Учащиеся обладают не достаточно развитым пространственным представлениям, не умеют в должном виде изображать трехмерный образ на двухмерной плоскости листа бумаги, не умеют рассмотреть и тем самым представить себе изображаемый в плоскости чертежа трехмерный геометрический образ.

Стереометрия подразумевает изучения объёмных фигур, но в данный момент учащиеся сталкиваются с их плоскими рисунками. Это расхождения приводит некоторых обучающихся в “тупик” изучения геометрии, а в некоторых случаях и к неприязни к предмету. Как помочь учащимся в изучении раздела стереометрии и как учащимся привить интерес к такому предмету как геометрия?

В современных условиях данную проблему можно решить с помощью технологических новшеств и перейти к новому подходу в обучении геометрии.

Специальные программы по моделированию в школьной геометрии носят преимущественно учебный характер и не всегда предоставляют возможность учителю подготовить полноценный дидактический материал, который ему может потребоваться на уроке. Целесообразным будет использование электронных сред (FreeCAD, Blender, GeoGebra, Wingeom, 3*Ds*-*Geometr*), потому что они предоставляют более широкие функциональные возможности для отображения взаимного расположения стереометрических фигур, сечений, а также быстрого изменения и редактирования изображений. Можно предположить, что применение подобных средств ИКТ позволит учителю подготовить учебно-дидактические материалы для более эффективного обучения учащихся решению стереометрических задач в курсе математики. Данное предположение обуславливает актуальность исследования.

Традиционной формой организации обучения в учебных заведениях является лекция. Наиболее эффективным средством запоминания лекционной информации является применение современных мультимедийных технологий. Рассмотрим новый метод преподавания стереометрии в учебных заведениях.

**3*Ds-Geometry (https://spf.sutr.ru/3Ds-Geometry\_site/v2/index.html)*** *-* разработка 3*Ds*-изображения геометрической структуры осуществляется с помощью программного продукта 3*Ds*-*Geometry*. Для его применения требуется использовать специально разработанный язык программирования *LSDSS*. Основное требование к синтаксису и структуре языка программирования состояло в получении максимально доступного для пользователя (любого конечного пользователя – школьника, учителя, студента, преподавателя) программного инструмента, позволяющего программировать 3*Ds*-изображения геометрических структур. Вместе с тем, простота и доступность языка программирования часто не являются гарантией получения адекватного 3*Ds*-изображение геометрической структуры.

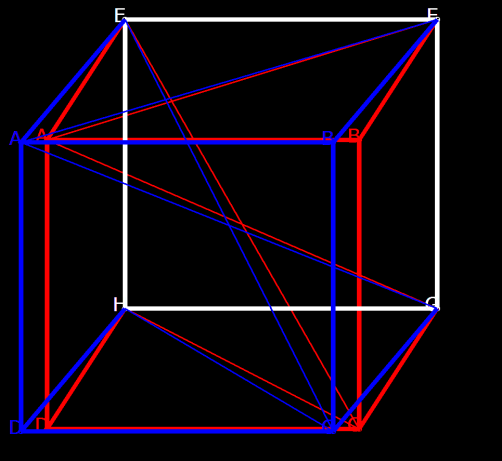
Язык программирования *LSDSS* позволяет построить:

− статическое 3*Ds*-изображение геометрической структуры, т.е. задать числовые значения координат всех точек и получить неизменяемое 3*Ds*-изображение, т.е. язык используется как конструктор;

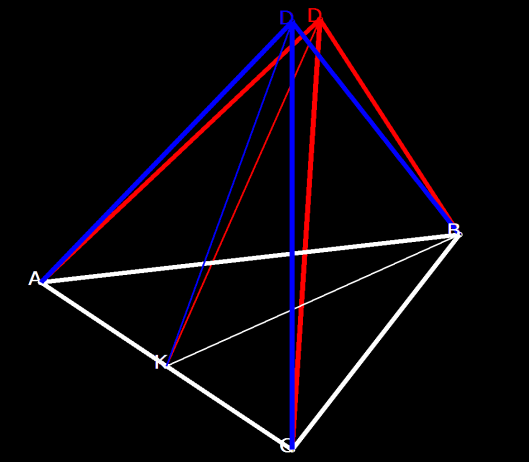
− динамические 3*Ds*-изображения, т.е., задавая различные начальные значения некоторому множеству исходных данных, получаем различные 3*Ds*-изображения геометрических структур. В этом случае имеется возможность получить множество 3*Ds*-изображений. Функциональное назначение этого множества может быть различным. Например, технологическое – реализация возможности выбора наиболее “комфортного” 3*Ds*-изображения с точки зрения зрительного восприятия геометрической структуры (т.е. ищется оптимальное решение позиционной задачи).

Для построения 3*Ds-*изображений геометрических структур любой сложности с помощью языка *LSDSS* требуется решать “*стандартные*” *позиционные* и *метрические* задачи.

При построении 3*Ds-*изображений используется понятие “*плоскости позиционирования*” (плоскость, выделяемая *белым* цветом) – это либо плоскость экрана монитора (Рис. 11), либо специально выделяемая плоскость – треугольник, четырёхугольник и т.д. (Рис. 12).



3*Ds-Geometry*



3*Ds-Geometry*

Рис. 11. *Куб*

Рис. 12. *Тетраэдр*

**Плюсы:**

1) для построения 3*Ds-*изображений геометрических структур любой сложности с помощью языка *LSDSS* требуется решать “*стандартные*” *позиционные* и *метрические* задачи;

2) использования языка *LSDSS* является *понимание* того, какие элементы геометрической структуры принадлежат плоскости позиционирования и какие у них свойства;

3) при программировании 3*Ds*-изображений используется “стандартная” экранная система координат;

4) для написания кода на языке *LSDSS* используется любой текстовый редактор, формирующий файл с расширением *txt*;

5) бесплатность;

6)открытый код.

**Минусы:**

1) не предусмотрено создание тел вращения.

На основе сравнения пяти специализированных программных пакетов, удалось установить:

1) FreeCAD достаточно сложно иметь полное наглядное представление об объекте;

2) графический редактор Blender сложен для работы в школьных условиях;

3) GeoGebra - большинство проектов выкладываются на английском языке;

4)Wingeom - геометрические фигуры получаются бледными, так же на выходе получается эффект двухмерности.

5) 3*Ds-Geometry*- не предусмотрено создание тел вращения.

# Технология разработки дидактического материала в среде 3Ds-Geometry

При программировании 3*Ds*-изображений используется “стандартная” экранная система координат. Данная система координат, отличается от стандартной системы (Рис. 13).

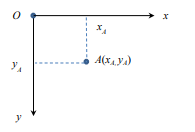


Рис. 13. *Система координат в среде* 3*Ds-Geometry*

Для получения 3*Ds*-изображений необходимо ввести код на языке *LSDSS* в любой текстовый редактор, формирующий файл с расширением *txt* (Рис. 14).



Рис. 14. *Код на языке LSDSS в текстовом редакторе “Блокнот”*

## Элементы методики обеспечения изучения темы “Параллельность прямой и плоскости” в среде 3*Ds-Geometry*

### Последовательность изучения геометрического материала

Изучение школьного курса стереометрии предполагает не только заучивание определений и теорем, но и овладение математическими методами решения задач, которые способствуют пониманию и обоснованию этих фактов.

Как следует из рассмотренных выше технологических условий и технологических подходов для построения 3*Ds*-изображений геометрических структур в рамках 3*Ds*-технологий основными технологическими условиями является решение “стандартных” позиционных и метрических задач. Все действия происходят в пределах аналитической геометрии на плоскости, а именно: задание уравнения прямой на плоскости, определение точки пересечения прямых и т.д.

Последовательность изучения темы “Параллельность прямой и плоскости” определяется по схеме:

1. изучение определений, теорем и лемм;

2. приведение наглядных примеров в среде 3*Ds-Geometry*;

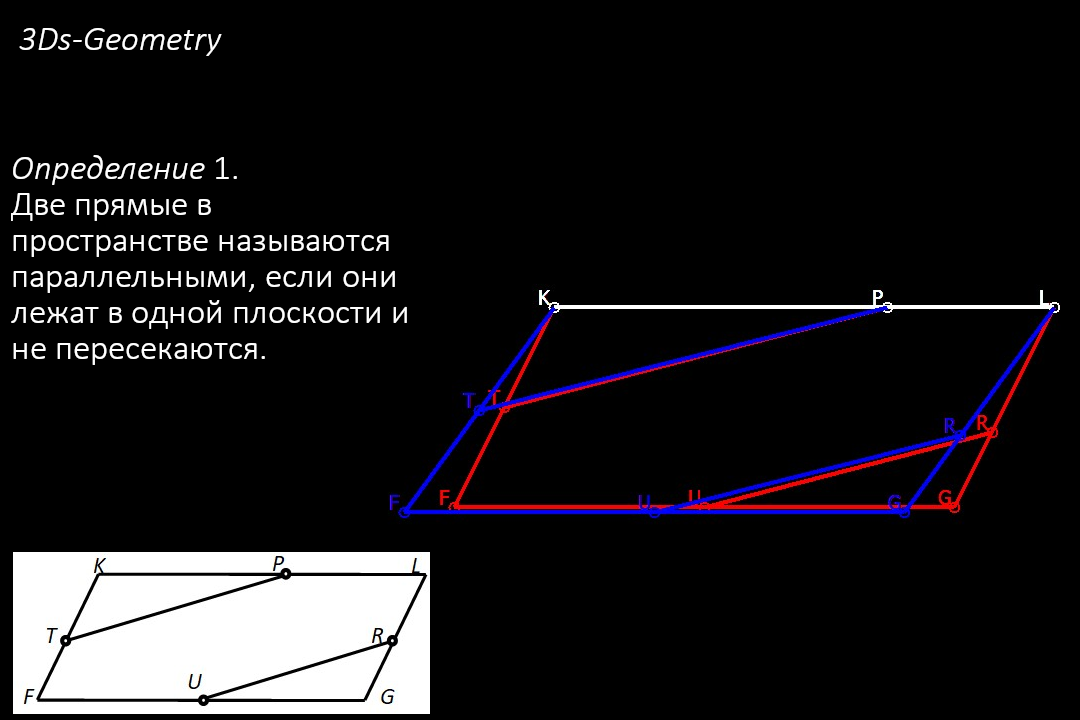
3.изложение логического анализа определения, теорем и лемм;

4. решение задач на построение параллельных и скрещивающихся прямых и плоскостей в среде 3*Ds-Geometry*.

Рассмотрим способы реализации методов изучения определений, теорем и лемм в среде 3*Ds-Geometry*:

1) *Определение* 1.“Две прямые в пространстве называются параллельными, если они лежат в одной плоскости и не пересекаются” (Рис.28).

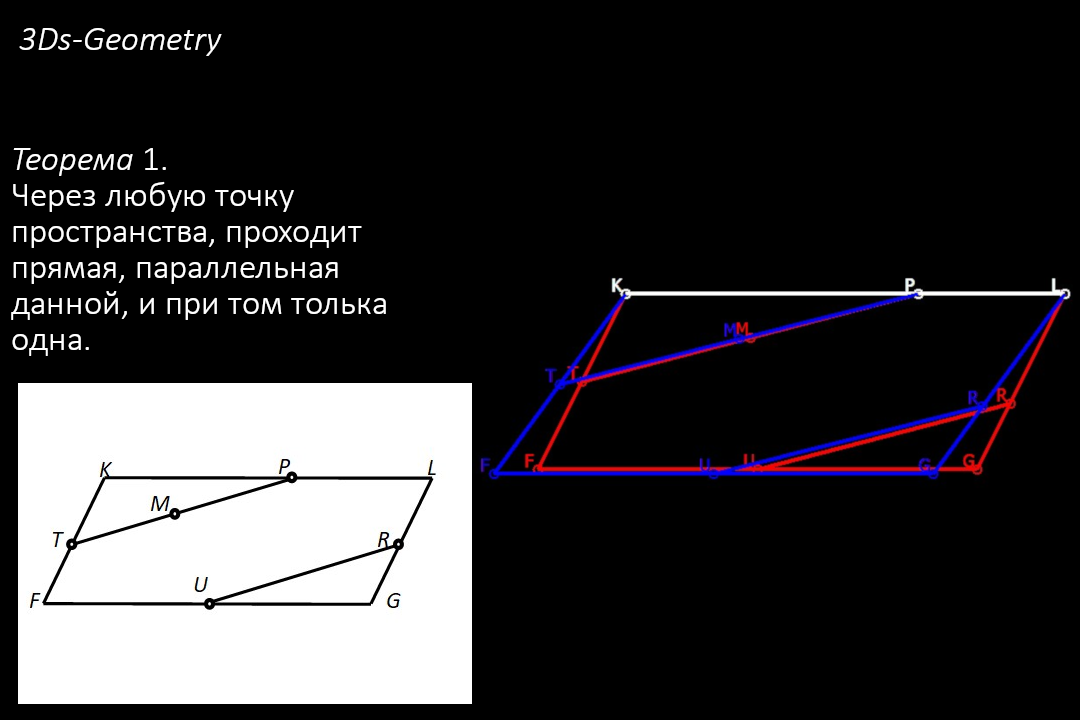
Рис. 28. *Определение* 1



Параллельность прямых *TP* и *UR* обозначается: *TP* ║*UR.*  Как видно на Рис.28 прямые *TP* и *UR* параллельны, так как лежат в одной плоскости *FKLG*, и не имеют общих точек пересечения.

2) *Теорема* 1. “Через любую точку пространства, не лежащую на данной прямой, проходит прямая, параллельная данной, и притом только одна” (Рис.29).

Рис. 29. *Теорема* 1

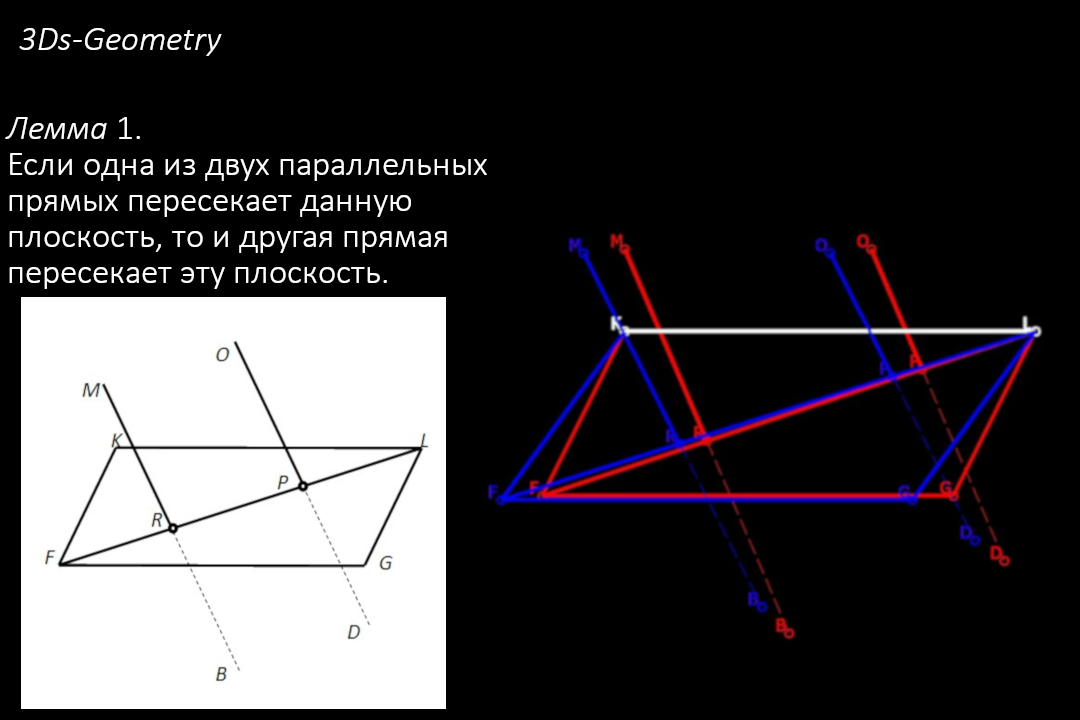


Пусть дана прямая *UR* и точка *M*. Как показано на Рис. 29 данная прямая и точка находятся в одной плоскости *FKLG*. Проведём через точку *M* прямую *TP* параллельную прямой *UR*. Так как точка *M* и прямая *UR* лежат в одной плоскости, то и прямая *TP* лежит в данной плоскости. Как нам уже известно, из курса планиметрии, через точку *M* проходит прямая *TP*║*UR*, и притом только одна. Таким образом, прямая *TP* является единственной прямой, проходящей через точку *M*.

Чтобы добиться эффекта “привязанной прямой” или “привязанной точки” к плоскости, необходимо зафиксировать данную точку или прямую на плоскости.

3) *Лемма* 1. “Если одна из двух параллельных прямых пересекает данную плоскость, то и другая прямая пересекает эту плоскость” (Рис. 30).

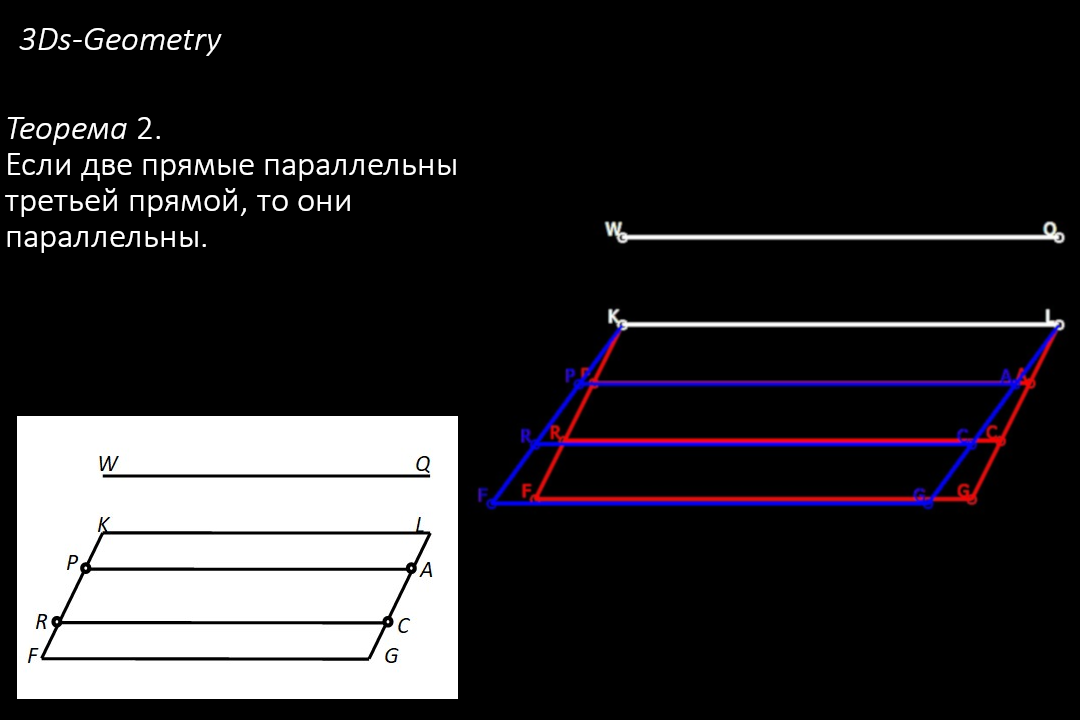
Рис. 30.  *Лемма* 1



Допустим параллельные прямые *MB* и *OD*, находятся в некоторой плоскости 𝛼, тогда так как прямая *MB* пересекает плоскость *FKLG* в точке *A*, то и плоскость 𝛼 пересекает эту плоскость в прямой *FL*. Следовательно, прямая *OD* так же пересекает данную плоскость.

4) *Теорема* 2. “Если две прямые параллельны третьей прямой, то они параллельны” (Рис. 31).

Рис. 31.  *Теорема* 2

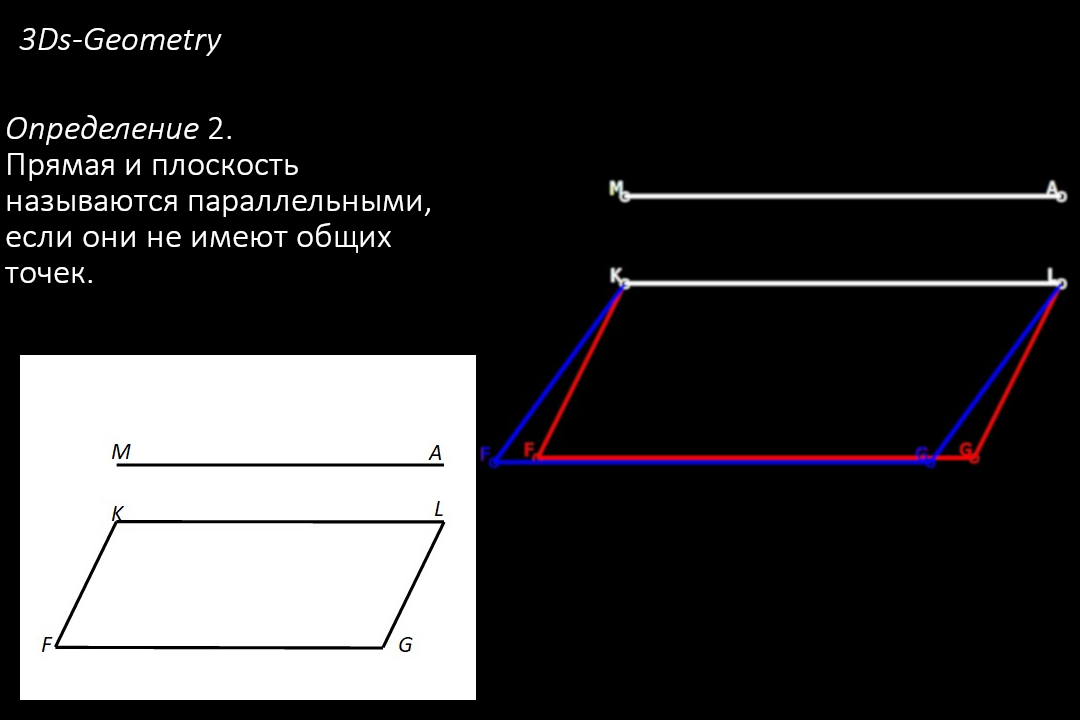


Пусть *RC*║*WQ*, *PA*║*WQ* и лежат в плоскости *FKLG*. Докажем, что *RC*║*PA*.

Допустим, что прямые *RC* и *PA* пересекаются, тогда через точку пересечения данных прямых проходило бы две прямые (*RC* и *PA*), параллельные *WQ*, что невозможно. Следовательно, прямые *RC* и *PA* не пересекаются.

5) *Определение* 2. “Прямая и плоскость называются параллельными, если они не имеют общих точек” (Рис. 32).

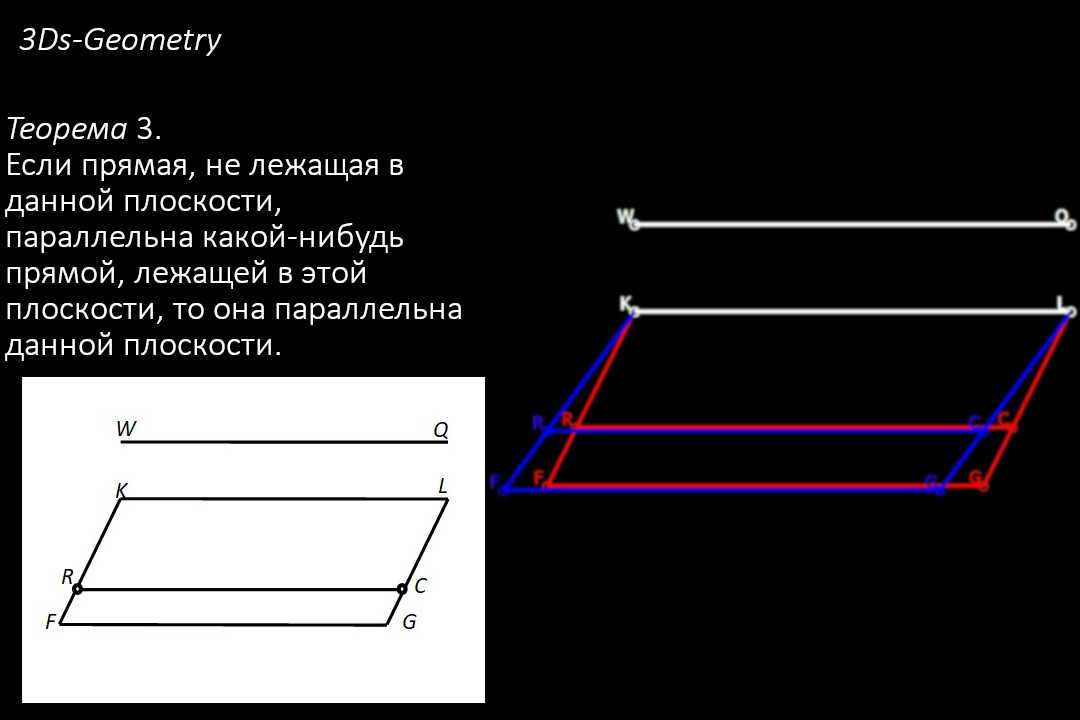
Рис. 32.  *Определение* 2



Параллельность прямой *MA* и плоскости *FKLG* обозначается таким образом: *MA*║*FKLG*. Как видно на Рис. 32 прямая *MA* и плоскость *FKLG* параллельны, так как и не имеют общих точек пересечения. Мысленно, продолжив прямую *MA* и плоскость *FKLG*, они никогда не пересекутся.

6) *Теорема* 3. “Если прямая, не лежащая в данной плоскости, параллельна какой-нибудь прямой, лежащей в этой плоскости, то она параллельна данной плоскости” (Рис. 33).

Рис. 33.  *Теорема* 3

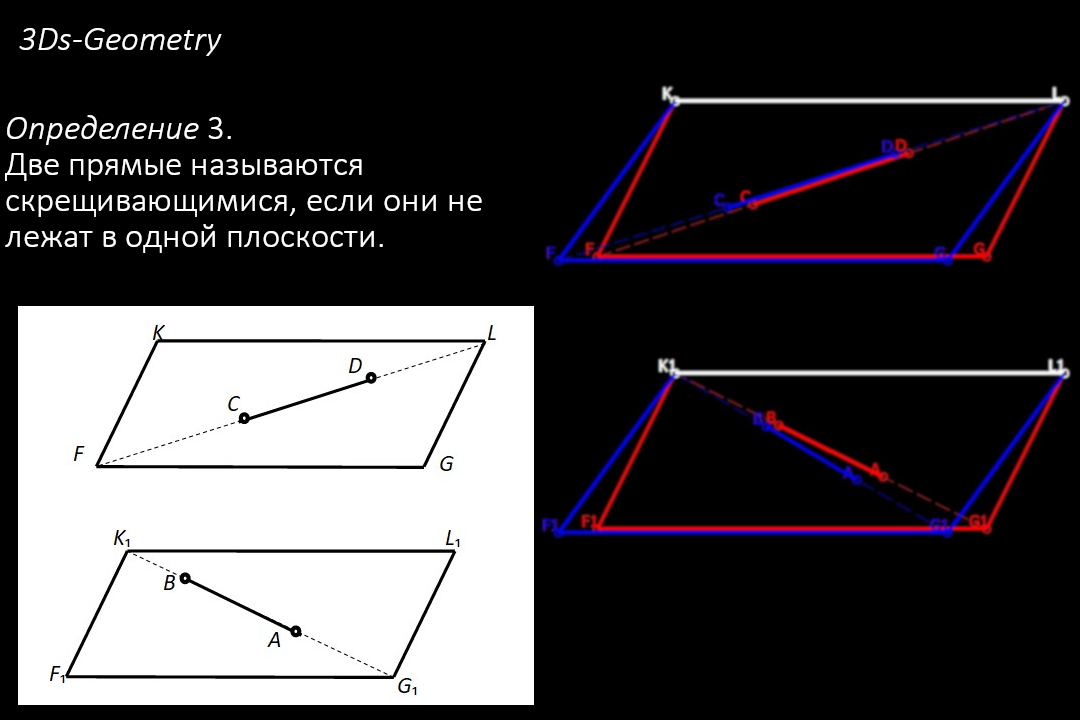


Пусть даны две параллельные прямые *WQ*, *RC* и плоскость *FKLG*,в которой расположена прямая *RC*. Докажем, что *WQ*║ *FKLG*.

Предположим, что прямая *WQ* пересекает плоскость *FKLG*. Тогда по лемме 1 прямая *RC* тоже пересекает плоскость *FKLG*, что невозможно, так как прямая *RC* лежит в плоскости *FKLG*. Таким образом, прямая *WQ* не пересекает плоскость *FKLG*, из этого следует, что *WQ*║ *FKLG*.

7) *Определение* 3. “Две прямые называются скрещивающимися, если они не лежат в одной плоскости” (Рис. 34).

Рис. 34.  *Определение* 3

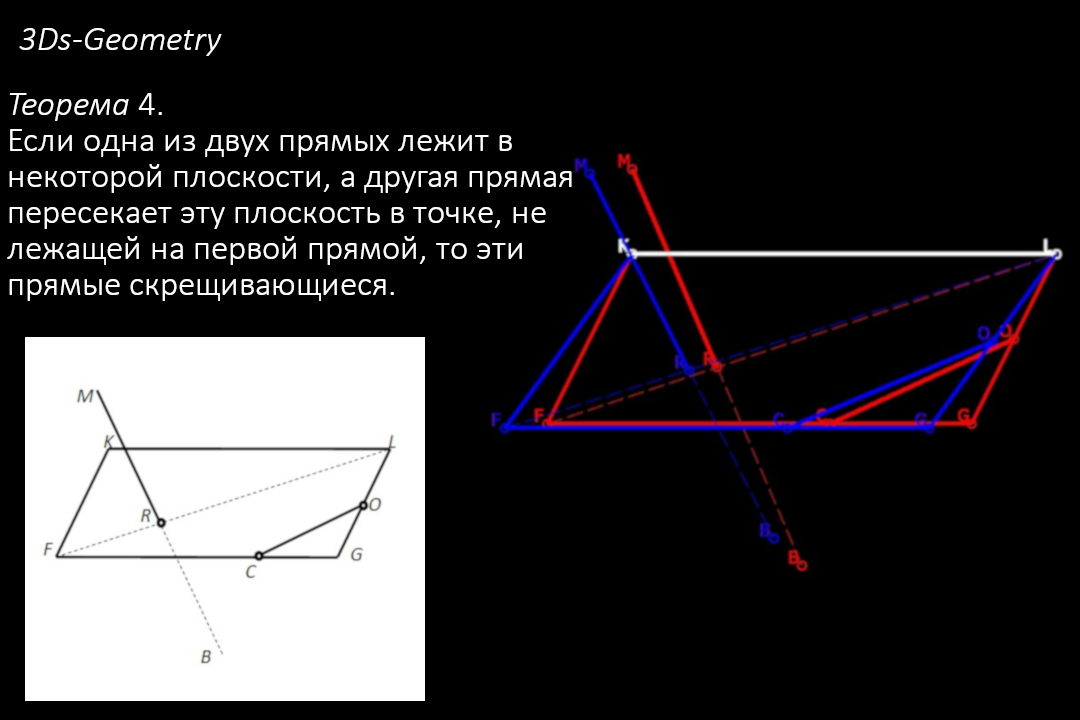


На Рис.34 прямые *CD* и *AB* скрещивающиеся, обозначаются, таким образом, *CD* ∸ *AB*. Прямые *CD* и *AB*, невозможно поместить в одну плоскость, так же они не параллельны и не пересекаются, следовательно, *CD* ∸ *AB*.

Как и с параллельными прямыми, скрещивающиеся не пересекаются.

8) *Теорема* 4. “Если одна из двух прямых лежит в некоторой плоскости, а другая прямая пересекает эту плоскость в точке, не лежащей на первой прямой, то эти прямые скрещивающиеся” (Рис. 35).

Рис. 35.  *Теорема* 4



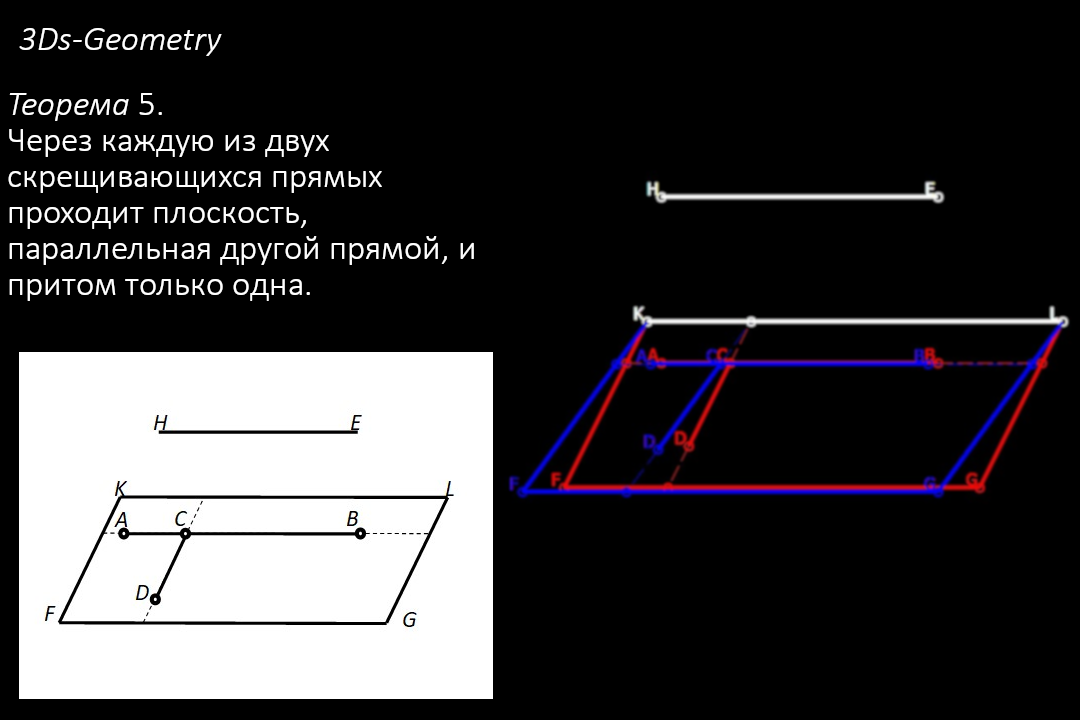
Пусть даны две прямые *CQ* и *MB*. Прямая *CQ* лежит в плоскости *FKLG*, а прямая *MB* пересекает данную плоскость в точке *R*. Докажем, что прямые *CQ* и *MB* скрещивающиеся.

Допустим, что прямые *CQ* и *MB* лежат в некоторой плоскости 𝛼. Тогда плоскость 𝛼 будет проходить через прямую *CQ* и точку *R*, следовательно, прямая *MB* совпадёт с плоскостью *FKLG*, но это невозможно.

Из этого следует, что прямые *CQ* и *MB* лежат в разных плоскостях, следовательно, они скрещивающиеся.

9) *Теорема* 5. “Через каждую из двух скрещивающихся прямых проходит плоскость, параллельная другой прямой, и притом только одна” (Рис. 36).

Рис. 36.  *Теорема* 5



Пусть даны прямые *CD* и *HE*, прямая *CD* лежит в плоскости *FKLG*. Докажем, что через прямую *CD* проходит плоскость *FKLG*║ *HE*.

Проведём через точку *С* прямую *AB*║ *HE*. Тогда, так как прямая *HE* не лежит в плоскости *FKLG* и параллельная прямой *AB*, которая находится в данной плоскости, то плоскость *FKLG*║ *HE*.

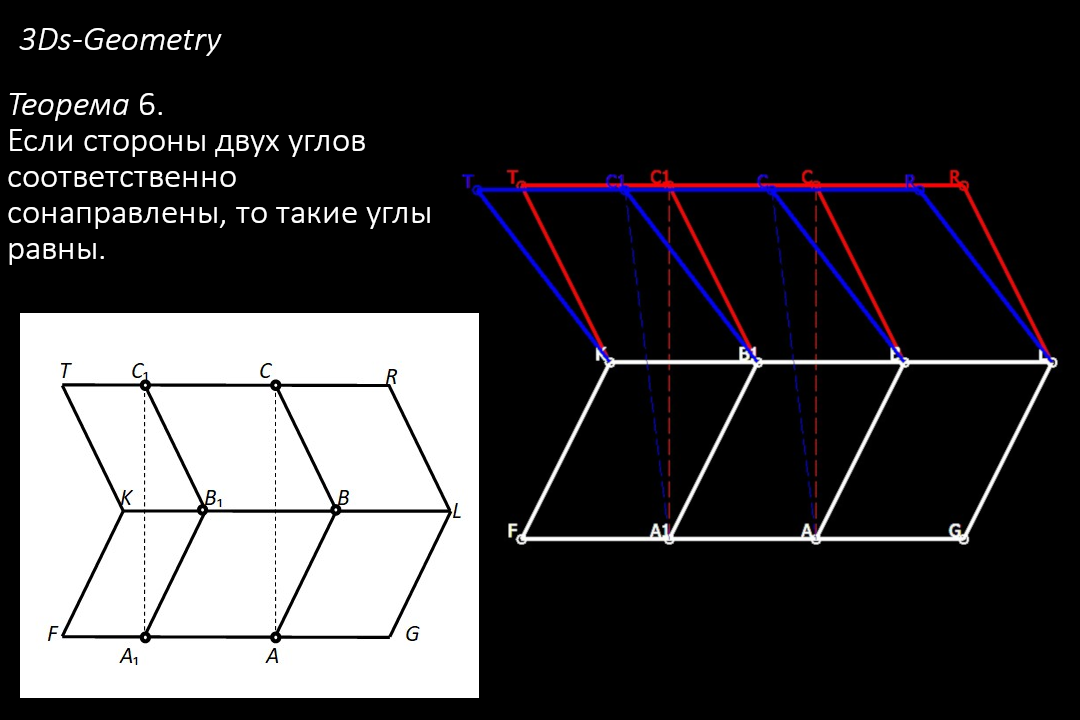
10) *Теорема* 6. “Если стороны двух углов соответственно сонаправлены, то такие углы равны ” (Рис.37).

Пусть углы *B* и *B*₁ с сонаправлеными стороными *AB* и *A*₁*B*₁ лежащие в плоскости *FKLG*, *BC* и *B*₁*C*₁ в плоскости *KLRT*. Докажем, что ∠ *B* =∠ *B*₁.

Отрезки *AB* = *A*₁*B*₁, *BC* = *B*₁*C*₁, так как прямые *AB* и *A*₁*B*₁ сонаправлены и *AB* = *A*₁*B*₁, то образуется параллелограмм *ABA*₁*B*₁. Из этого следует, что *AA*₁║*BB*₁, так же *AA*₁=*BB*₁. Аналогично с отрезками *C*₁*B*₁ и *CB*, получаем *C*₁*C*║*BB*₁ и *C*₁*C*=*BB*₁. Тогда *C*₁*CBB*₁ - параллелограмм и *C*₁*B*₁ = *CB*.

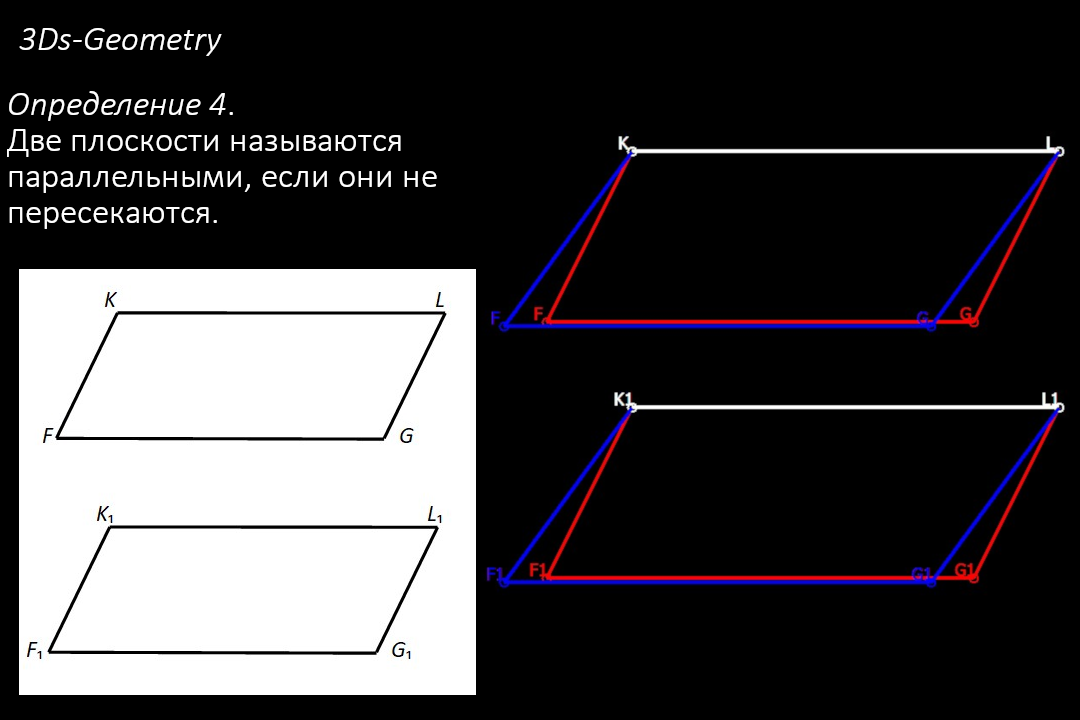
Рассмотрим треугольники *ABC* и *A*₁*B*₁*C*₁. Они равны по трём сторонам, следовательно, ∠ *B* =∠ *B*₁.

Рис. 37.  *Теорема* 6



11) *Определение* 4. “Две плоскости называются параллельными, если они не пересекаются” (Рис. 38).

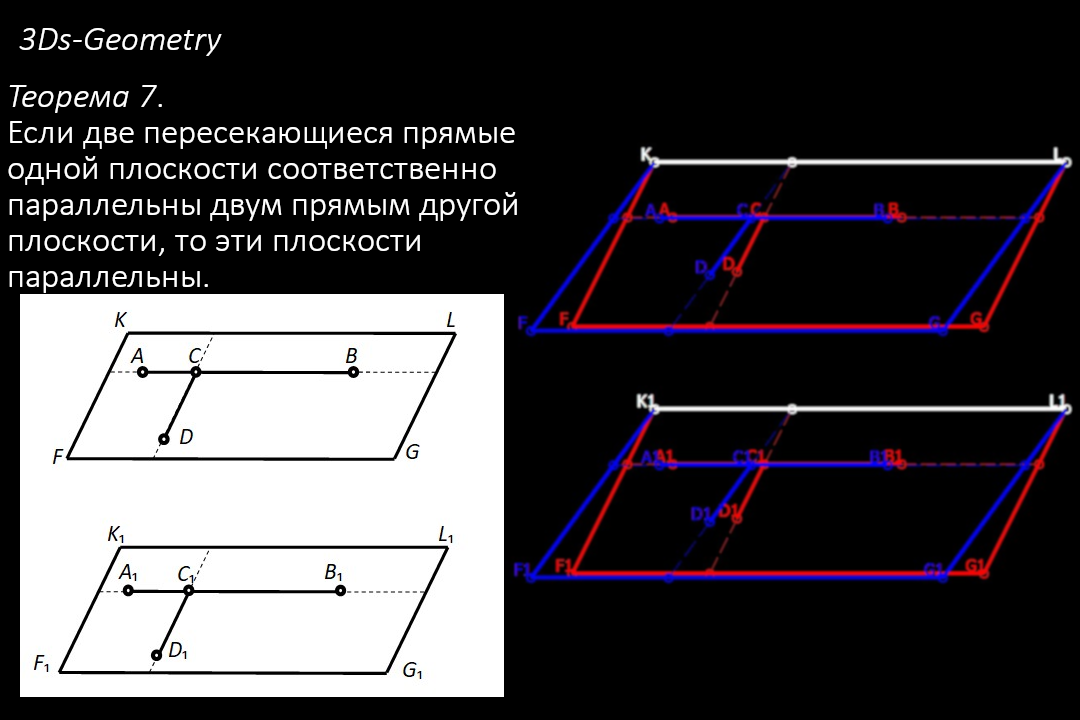
Рис. 38.  *Определение* 4



Параллельность плоскостей *F*₁*K*₁*L*₁*G*₁ и *FKLG* обозначается таким образом: *F*₁*K*₁*L*₁*G*₁ ║*FKLG*. Как видно на Рис.38 плоскости *F*₁*K*₁*L*₁*G*₁ и *FKLG* параллельны, так как и не имеют общих точек пересечения. Мысленно, продолжив плоскости *F*₁*K*₁*L*₁*G*₁ и плоскость *FKLG*, они никогда не пересекутся.

12) *Теорема* 7. “Если две пересекающиеся прямые одной плоскости соответственно параллельны двум прямым другой плоскости, то эти плоскости параллельны ” (Рис. 39).

Рис. 39.  *Теорема* 7



Пусть даны две плоскости *FKLG* и *F*₁*K*₁*L*₁*G*₁ (Рис.39). В плоскости *FKLG* лежат пересекающиеся в точке *C* прямые *AB* и *CD*, а в плоскости *F*₁*K*₁*L*₁*G*₁ прямые *A*₁*B*₁ и *C*₁*D*₁ пересекающиеся в точке *C*₁, причём *AB*║*A*₁*B*₁ и *CD*║*C*₁*D*₁. Докажем, что *FKLG* ║ *F*₁*K*₁*L*₁*G*₁.

По признаку параллельности прямой и плоскости *AB*║*F*₁*K*₁*L*₁*G*₁ и *CD*║*F*₁*K*₁*L*₁*G*₁.

Допустим, плоскости *FKLG* и *F*₁*K*₁*L*₁*G*₁ не параллельны. Тогда они пересекаются по некоторой прямой *a*. Таким образом, плоскость *FKLG* проходит через прямую *AB* и пересекает плоскость *FKLG* по прямой *a*. Следовательно, прямые *AB* и *a* параллельны.

Так же плоскость *FKLG* проходит через прямую *CD*. Отсюда следует, что *CD*║ *a*. Получается, что через точку *C* проходят две прямые, параллельные прямой *a*. Это значит, что наше допущение неверно, так как по теореме о параллельных прямых через точку *C* может проходить лишь одна прямая, параллельна *a*. Следовательно, *FKLG* ║ *F*₁*K*₁*L*₁*G*₁.

# Библиографический список

1. **Акиньшин, Р. Н.** Развитие пространственного мышления школьников

// Молодой ученый, 2016. № 30 (134). С. 375-376.

1. **Атанасян, Л.С., Бутузов, В.Ф., Кадомцев, С.Б. и др.** «Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия 10-11 класс»: учебник для общеобразовательных учреждений (базовый и углублённый уровни).
2. **Бондарь, А.А., Мамалыга, Р.Ф**. Проект «Куб принца Руперта» и формирование пространственного мышления обучающихся 10-11 классов//Формирование мышления в процессе обучения естественнонаучным, технологическим и математическим дисциплинам. Материалы Всероссийской научно-практической конференции. – Екатеринбург, 2018. С. 43-48.
3. **Василенко, А.В.** Уровни развития пространственного мышления учащихся на уроках геометрии// Наука и школа, 2011. № 2, с. 62-65.
4. **Введение во FreeCAD** [Электронный ресурс]. - Режим доступа <https://www.youtube.com/watch?v=XGitzDhOYhg>.
5. **Глейзер,** **Г.Д.** Психолого-математические основы развития пространственных представлений при обучении геометрии [Текст]: преподавание геометрии в 9-10 кл. / Г.Д. Глейзер; М.: Просвещение, 1980. - С.253-269.
6. **Григорьева, Ж.В**. Развитие визуального мышления младших школьников при формировании понятия «масса» // Начальная школа плюс До и После. 2012. № 6. С. 83-87.
7. **Гридасов, А.И.** Применение графических редакторов в информационном пространстве образовательного процесса (на примере изучения программы AutoCAD) в кружке технического творчества [Текст] / А.И. Гридасов // Информатизация образования. - Минск: БГУ, 2010. - C. 134- 138.
8. **Гуливата, И.А.** Методика обучения учеников старшей школы построению геометрических фигур с использованием информационнокоммуникационных технологий [Текст] / И.А Гуливата // Информационные технологии и способы обучения, 2013. - №2. С. 47-55.
9. **Гусев, В.А.** Методика обучения геометрии: Учеб. пособие для студ. высш. М54 пед. учеб. заведений / В.А.Гусев, В.В.Орлов, В.А.Панчищина и др.; Под ред. В. А. Гусева. — М.: Издательский центр «Академия». — 368 с.
10. **Дубина,** **С.А.**  РАЗВИТИЕ ПРОСТРАНСТВЕННОГО МЫШЛЕНИЯ ДЕТЕЙ МЛАДШЕГО ШКОЛЬНОГО ВОЗРАСТА ПРИ ИЗУЧЕНИИ ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО МАТЕРИАЛА. Квалификационная работа. Минск 2017. с.37.
11. **Ермак, Е.А.** Развитие пространственного мышления при изучении геометрии. – Псков: Псковский государственный университет, 2014. – 48 с.
12. **Знаменская, Е.В.** Особенности современного этапа развития школьного математического (геометрического) образования [Текст] / Е.В. Знаменская // Преподаватель XXI век, 2007. - № 1. – С. 16-23.
13. **Иванов, И.А.,** **Иванова, С.И., Иванова, М.Н., Корниенко, П.А., Орлов, В.В.** Программа 3Ds-Geometry построения 3Ds-изображений геометрических структур с применением входного языка LSDSS и ее возможности в обучении стереометрии в школьном курсе математики. //Проблемы теории и практики обучения математике: сборник научных работ, представленных на Международную научную конференцию «70 Герценовские чтения» / под ред. В.В. Орлова, СПб.: Издательство РГПУ им. А.И. Герцена, 2017.
14. **Иванов И.А., Иванова М.Н., Корниенко П.А., Иванова С.И., Орлов В.В.** Методологические основы разработки программного инструмен- та 3*Ds*-Geometry и его применения при обучении стереометрии в школьном курсе геометрии // Проблемы теории и практики обучения математике: сборник научных работ, представленных на Международ- ную научную конференцию «72 Герценовские чтенияk / под ред. В.В. Орлова, СПб.: Издательство РГПУ им. А.И. Герцена, 2019.
15. **Каплунович, И.Я**. Показатели развития пространственного мышления школьников// Вопросы психологии. – М.: НИИТ МГАФК, 1986. № 6. С. 15-19
16. **Каплунович, И.Я**. Психологические закономерности развития пространственного мышления// Вопросы психологии, 1999. № 1. – с. 60-68.
17. **Коногорская, С.А.** Особенности пространственного мышления и их взаимосвязь с учебной успешностью обучающихся// Научнопедагогическое обозрение, 2017. № 1, с. 142-152.
18. **Коногорская, С.А..** Особенности пространственного мышления и их взаимосвязь с учебной успешностью обучающихся.С.А. Коногорская, Иркутский государственный университет. Иркутск.
19. **Коногорская, С.А.** Особенности развития компонентов пространственного мышления школьников на разных ступенях общего образования// Ученые записки Российского государственного социального университета. -М.: Российский государственный социальный университет, 2019. Том 18. № 4, с. 91-99.
20. **Кузнецова, Ю.И.** Развитие компонентов пространственного мышления обучающихся на уроках геометрии// Вестник науки и образования, 2017. № 3. Том 2. С. 95-98.
21. **Математическая программа GeoGebra – обзор** [Электронный ресурс]. – Режим доступа <https://public-pc.com/geogebra-an-overview>.
22. **Мордкович, А.Г., Смирнова, И.М., Денищева, Л.О. и др.** «Математика 10 класс»: учебник для общеобразовательных учреждений (базовый уровень).
23. **Мосина, А.М.** Разработка учебно-методического материала для раздела «Стереометрия» профильного курса математики в электронной среде 3D редактора //Выпускная квалификационная работа// Бийск – 2018// с.83.
24. **Пестерева, О.А.,** к.п.н., доцент кафедры психологии детства, Особенности обучения поколения Z: проблемы и пути решения.
25. **Пиаже, Ж.** Психология интеллекта. - Спб.: Питер, 2004. – 192 с.
26. **Программное обеспечение для решения геометрических задач** [Электронный ресурс]. – Режим доступа <https://kopilkaurokov.ru/informatika/prochee/programmnoe_obespechenie_dlia_resheniia_geometricheskikh_zadach_1>.
27. **Пространственное мышление и его место в нашей жизни** [Электронный ресурс]. - Режим доступа <https://mozgius.ru/psihologiya/o-myshlenii/prostranstvennoe-myshlenie.html>.
28. Сайт СПФ ФГБОУ ВО „СГУ“. Проект „3Ds-Geometry“ <http://spf.sutr.ru/3Ds-Geometry_site/v2/index.html>
29. **Самигуллина, Э.Ф.** «Организация образовательного процесса с учетом особенностей поколения Z».
30. **Сапа, А.В.** Поколение Z– поколение эпохи ФГОС// Инновационные проекты и программы в образовании, 2014. № 2. – с. 24-30.
31. **Селиванов, В.В.** Эффективность использования виртуальной реальности при обучении в юношеском и взрослом возрасте [Текст] / В.В. Селиванов, Л.Н. Селиванова // Непрерывное образование: XXI век, 2015. - №1. – С. 1-20.
32. **Сенчилов В.В.** Применение интерактивных технологий при изучении геометрии в школе / [Текст] // Концепт, 2013. – № 10. – С. 1-6.
33. **Смирнова, И.М.**  «Геометрия 10-11 класс Базовый курс»: учебник для общеобразовательных учреждений (базовый уровень).
34. **Смирнова, И.М., Смирнов, В.А.** «Геометрия 10-11 класс базовый и профильный уровни»: учебник для общеобразовательных учреждений (базовый и профильный уровни).
35. Создание трёхмерных (анаглифических) изображений. - <https://render.ru/ru/a.muryasov/post/12336>
36. **Талызина, Н.Ф.** Формирование познавательной деятельности младших школьников / Н.Ф. Талызина. – Москва: Просвещение, 1988 – 175 с.
37. **Терентьева, С.В.** РАЗВИТИЕ ПРОСТРАНСТВЕННОГО МЫШЛЕНИЯ ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ Магистерская диссертация ФГБОУ ВО «Уральский государственный педагогический университет» Институт математики, физики, информатики и технологий, Екатеринбург, 2020, с.65.
38. **Уроки по Blender образования** [Электронный ресурс]. – Режим доступа http:// blender3D/com/ua.
39. Федеральный перечень учебников, рекомендованных к использованию при реализации программ общего образования [Электронный ресурс]. - Режим доступа <http://www.fpu.edu.ru/fpu/>
40. Федеральные государственные образовательные стандарты общего образования [Электронный ресурс]. - Режим доступа <https://fgos.ru/>
41. Что такое пространственное мышление [Электронный ресурс] <https://blog.wikium.ru/chto-takoe-prostranstvennoe-myshlenie.html>.
42. **Шеховцева, Д.Н.** Использование компьютерных технологий для визуализации математического знания [Текст] / Д.Н. Шеховцева // Вестник ТГПУ, 2010. - № 10. – С. 99 – 103.
43. **Шигапов, И.И.** Методическое пособие по GeoGebra 3D: построение 3D графиков//ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА//Казань – 2014//с.33.
44. **Якиманская,** **И.С.** Развитие пространственного мышления школьников. – М.: Педагогика, 1980. – 239 с.
45. **Якиманская, И.С**. Развитие пространственного мышления школьников. – М.: Педагогика, 1980. – 240 с.
46. **Blender** [Электронный ресурс]. - Режим доступа <https://www.blender.org>.
47. **Blender** [Электронный ресурс]. - Режим доступа <https://blender3d-ru.ru>.
48. **FreeCAD** [Электронный ресурс]. - Режим доступа <https://www.freeCADweb.org>.
49. **FreeCAD** [Электронный ресурс]. - Режим доступа <https://freecad-ru.com>.
50. **GeoGebra** [Электронный ресурс]. – Режим доступа <https://www.geogebra.org>.
51. **3D’s Geometry [**Электронный ресурс]. – Режим доступаhttps://spf.sutr.ru/3Ds-Geometry\_site/v2/index.html