В помощь учителю

Сефибеков Сефибек Рамазанович

ИЗ ОПЫТА ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ В СРЕДНЕЙ ШКОЛЕ

Дагестан-Кашкент. 2022

Сефибек Рамазанович
Сефибеков

Сефибеков

Сефибек Рамазанович

Почетный работник общего образования РФ,

Заслуженный учитель Республики Дагестан,

Учитель высшей категории,

Кандидат педагогических наук,

МКОУ «Кашкентская СОШ» Хивского района

Республики Дагестан.

Автор более 100 научных и методических работ, регулярно публикуются в журналах «Квант», «Математика в школе», «Математика»

Научные работы автора посвящены исследовательской деятельности школьников в урочной и внеурочной деятельности по математике на основе авторских элективных разработок «За страницами школьного учебника».

ИТОГИ 56-ЛЕТНЕЙ ПЕДАГОГИЧЕСКОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ В ШКОЛЕ

Всем известно, как трудно сделать что-нибудь стоящее, поэтому я считаю себя счастливым, что мне удалось написать множество научно-методических, теоритических и педагогических трудов по математике. Но тщеславие отступает на задний план , когда думаешь о том , сколько проблем ты пытался вновь и вновь решать, но так и не смог. Ясно ,что никто не может претендовать на монополию в математических способностях или на создание прекрасного в математике. В беге не всегда одерживает победу быстрейший , а в борьбе-сильнейший !

Вся моя жизнь в математике была связана с тяжелым трудом. Я всегда знал, что нет королевского пути к математическим знаниям или к математическим открытиям. Но этот труд стоит того, чтобы его предпринимать. Для меня не существует большей радости, чем преодолевать препятствия и добиваться результата , и вероятно, каждый чувствует себя счастливее ,когда делает работу, которая ему нравится (психологами доказано ,что, если такая работа дает свои результаты, то- это долголетие для человека!).

Я часто испытывал чувство восхищения и удивления красотой математики. Не могу придумать более подходящей аналогии, чем восхождение на вершины гор. Огромные усилия тут неизбежны . Но как прекрасно, проложив новый путь , который казался столь трудным , любоваться с вершины раскинувшимся перед тобой пейзажем и наслаждаться его красотой . В зрелом возрасте оглядываясь назад и размышляя над математикой с новых точек зрения, иногда удивляешься собственным старым результатам и почти не веришь, что они принадлежат тебе. Они представляются тебе самостоятельными сущностями, не зависимыми от их автора. Иногда даже приятно наблюдать так свои работы , забывая о собственном авторстве.

Я полностью удовлетворен своей **56**- летней учительской работой, и не желал бы для себя никакой другой судьбы. Некоторые учителя , удалившись на покой или даже несколько раньше , кажется , утрачивают интерес к работе, которая их занимала много лет. Необъяснимо, как они могут так полностью порывать с интересами своей предыдущей жизни. Что же касается меня, то я рад продолжать свою работу и написать научно-педагогические труды. Но я буду удовлетворен и если просто сохраню любовь к профессии учителя математики!

Сефибек Рамазанович Сефибеков

Методическая разработка для учителя

Сефибеков Сефибек Рамазанович

О РОЛИ УЧИТЕЛЯ МАТЕМАТИКИ В РАЗВИТИИ ТВОРЧЕСКИХ СПОСОБНОСТЕЙ УЧАЩИХСЯ

О роли учителя математики в развитии творческих способностей учащихся

Требования школьной программы определены: научить творчески мыслить, т.е. добиваться всестороннего гармонического развития учащихся. В школьном курсе математики в основном внимание уделяется последовательному изложению доказательств теорем, оформлению решений задач. А сам процесс поиска решения задачи или способа доказательства теоремы, процесс получения новых математических фактов рассматриваются редко. Учащемуся так и остается неясным, с помощью каких же соображений удалось открыть ту или иную теорему, как удалось догадаться о способе решения той или иной задачи.

В пособиях для учителей можно найти ответы и решения к помещенным в учебнике задачам; но в случае нешаблонной задачи ему зачастую остается неясным, как помочь учащемуся самостоятельно получить ответ к задаче. Отсюда одним из важных моментов совершенствования методов обучения должно стать формирование у учащихся творческого поискового (эвристического) и исследовательского мышления.

Творческие знания - это такие знания и умения, которые приобретены в ходе самостоятельной поисковой деятельности учащихся.

Поиск осуществляется с помощью исследования. В процессе исследования учащиеся проходят этапы, характерные для научного поиска. Несложная исследовательская работа под руководством учителя проводится уже в младших классах, а затем и в средних. Но развернутые исследования практикуются лишь в старших. В своих исследованиях учащиеся самостоятельно проходят все этапы творческого поиска, анализируют, доказывают и опровергают, обобщают, оценивают и т.д.

Работа по воспитанию навыков поискового мышления должна проводиться учителем на уроках в процессе преподавания программного материала, однако особенно большие возможности для этого представляются на кружках и факультативных занятиях.

Каждый учащийся, посещающий математический кружок, должен принимать деятельное участие в его заседаниях. Как этого добиться? Прежде всего, следует поручать ребятам какие-то самостоятельные дела. Можно предложить двум-трем учащимся подготовить доклад по данной учителем теме. Можно за несколько дней до каждого заседания учащимся сообщить образцы некоторых наиболее характерных задач, которые намечено на нем рассмотреть.

Обязательно решить эти задачи к указанному заседанию не требуется, но каждый школьник при этом имеет возможность почувствовать, трудны или легки для него эти задачи, может попытаться отдать себе отчет, что именно в задаче вызывает у него затруднения. Можно привлечь учащихся и к изготовлению наглядных пособий. Но самое главное - сделать так, чтобы на кружке ребята сами решали задачи. Все учителя знают, что это сложнейшая педагогическая проблема. Ведь каждая нестандартная задача сначала представляется учащимся непреступной крепостью. Они действительно не знают, как к ней «приступить», с чего начать решение. Самостоятельно учащиеся долгое время решают только типичные школьные задачи, много раз разобранные в классе. Очень велик соблазн и на кружке продолжать заниматься подобными задачами, сделав их чуть потрудней. Учителю надо преодолеть этот соблазн, решительно отказавшись на кружке от каких бы то ни было стандартов.

Каждая задача, рассмотренная на заседании кружка, должна изумлять учащихся не только своей сложностью, но и тем, что им самим удалось эту сложность преодолеть. Учащиеся могут очень ясно осознавать, что ключевую роль в решении сыграли указания учителя. Чем больший вклад в решение задачи они приписывают себе, тем лучше завышенная самооценка помогает на первых порах преодолеть интеллектуальную робость. Но указания не должны быть навязчивыми, иначе учащиеся привыкнут полагаться только на учителя. Нужно направить учащихся на верный путь, но сделать это так, чтобы они не заметили руководства.

Приведем задачи, решенные с учащимися VI – VIII классов, подчеркнув особо те места, когда подсказка учителя выводила учащихся из затруднения. Остановимся на двух темах кружка.

ТЕМА 1. **Рациональный выбор неизвестного**

ОБРАЗЦЫ ЗАДАЧ

1. Площадь трех комнат 51 м^2. Третья комната в 3 раза меньше первой, а вторая на 5 м^2 меньше первой. Найдите площадь каждой комнаты (VI кл.).

2. Математик вышел гулять - сначала он пошел по ровной дороге, затем поднялся в гору, повернул назад и пришел домой той же дорогой. Он знал, что гулял 5 ч, что его скорость по ровной дороге 4 км/ч, в гору - 3 км/ч и при спуске с горы - 6 км/ч. Найти расстояние, пройденное математиком в оба конца (VII кл.).

Задача 1 - обычная стандартная школьная задача. Были рассмотрены два различных решения. Один ученик записал условие в виде табл. 1 и составил уравнение: $x + (x - 5) + (x : 3) = 51$, но решить его не смог, так как уравнения такого вида не изучаются в VI классе. Пришлось разъяснить причину затруднения. Она состоит в том, что обозначения введены нерационально. Другой ученик записал условие в виде табл. 2.

Таблица 1

Комнаты	Площади
первая	x м^2
вторая	$(x - 5)$ м^2
третья	$(x : 3)$ м^2
ИТОГО	51 м^2

Таблица 2

Комнаты	Площади
первая	$3x$ м^2
вторая	$(3x - 5)$ м^2
третья	x м^2
ИТОГО	51 м^2

Это позволило составить более легкое уравнение: $3x + (3x - 5) + x = 51$, которое решалось всеми участниками кружка.

Решение задачи 2 будет совсем простым, если ввести в рассмотрение два неизвестных: x - пройденное в оба конца расстояние, y - длина наклонного участка.

После такой подсказки учителя было проведено следующее коллективное решение.

Время подъема в гору: $\frac{y}{3}$ч;

Время спуска с горы: $\frac{y}{6}$ч;

Время подъема и спуска: $\frac{y}{3} + \frac{y}{6} = \frac{y}{2}$(ч);

Время по ровной дороге: $5 - \frac{y}{2}$(ч);

Путь в гору и обратно до равнины: $2y$ км;

Путь по ровной дороге: $4 \cdot (5 - \frac{y}{2})$ км $= (20 - 2y)$ км.

Тогда имеем уравнение $x = 2y + (20 - 2y)$, $x = 20$.

ОТВЕТ: 20 км.

ТЕМА 2. **Различные пути поиска решения задач (VII - VIII кл.)**

ОБРАЗЦЫ ЗАДАЧ

3. Разместить числа 1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9 в девяти клетках фигуры так (рис. 1), чтобы сумма чисел в каждом столбце была на 1 меньше, чем в предыдущем. Сколько решений имеет задача?

Рис. 1

4. Что больше: произведение всех целых чисел от 1 до 100 или 10^{100}?

5. Существует ли такое натуральное число n, что произведение всех целых чисел от 1 до n кончается ровно 30 нулями? Ровно 31 нулями?

Решение задачи 3 учащиеся начинают с многочисленных проб. Иногда пробы быстро дают нужный результат, т.е. получается требуемая расстановка чисел. В дидактическом плане такой успех, если он случаен, бывает не только не полезен, но даже и вреден. Учитель должен нейтрализовать вред, заметив, что найденное решение не дает ответа на второй вопрос задачи. «Как же нам убедиться в том, что мы нашли исчерпывающее решение? - задает вопрос учитель. - Конечно, с помощью уравнения. Но уравнение требует ввести обозначение для какого-то неизвестного, выделив скрытое в ней условие равенства». Такое рассуждение, казалось бы отвлеченное, не воспринимается учащимися как подсказка, но в то же время направляет их на верную мысль.

Учащиеся предлагают обозначить через x сумму чисел в первом столбце на рис. 1 (столбцы нумеруем слева направо). Тогда условие задачи можно переписать в таком виде:

$$x + (x - 1) + (x - 2) + (x - 3) + (x - 4) = 1 + 2 + 3 + \ldots + 9.$$

Отсюда $x = 11$, $x - 4 = 7$. По-

3	1	4	2	7
8	9	5	6	

а)

9	6	8	5	7
2	4	1	3	

б)

Рис. 2

следнее равенство означает, что в пятом столбце (где одна клетка) должно стоять число 7. В то же время число 11, сумма чисел в первом столбце, может получиться из данных чисел всего четырьмя способами:

$11 = 8 + 3 = 9 + 2 = 4 + 7 = 5 + 6.$

Учащиеся легко убедятся, что числа 4 и 7, а также 5 и 6 не могут занимать первый столбец. Значит, остаются две комбинации чисел, представленные на рис. 2.

Итак, получены два ответа; меняя местами цифры в одном, в двух и т.д. столбцах, получим еще по 15 вариантов для каждого на рис. 2.а,б. Значит, всего 32 решения.

Учителю остается только добавить, что к задаче можно составить более легкое уравнение. После этого учащиеся и сами его составят, догадавшись обозначить через x сумму чисел в третьем столбце. Тогда уравнение примет вид: $(x + 2) + (x + 1) + x + (x - 1) + (x - 2) = 1 + 2 + 3 + ... + 9$, или $5x = 45$, $x = 9$.

В самом деле, в обеих фигурах на рис. 2 сумма чисел в третьем столбце равна 9.

Решение задачи 4 многие учащиеся пытаются нащупать, проводя подсчеты:

$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot ...; \; 10 \cdot 10 \cdot ...$

Здесь учителю ни в коем случае нельзя торопить учащихся. Важнейший этап конкретизации условия они должны проделать обязательно. Тем самым они как бы «пощупают» числа.

Когда учитель увидит, что учащиеся полностью осознали условие и убедились, что непосредственный подсчет бесперспективен, он начинает рассуждать вслух (как бы сам с собою): «Если мы не можем сравнить друг с другом два числа, то давайте призовем на помощь какое-то третье число, которое мы сами же и составим. Пусть $A = 1 \cdot 2 \cdot ... \cdot 100$, $B = 10^{100}$. Попытаемся составить удобное число С, которое находилось бы между А и Б. Если мы докажем, что А > С и С > В, то это будет означать, что А > В. Какой же вид мы придадим числу С, чтобы оно было “удобным”? Вид произведения различных чисел или вид степени - произведения одинаковых чисел?” Учащиеся наверняка ответят, что удобней записать число в виде степени. “Это так, - замечает учитель, - но составить такую удобную степень удается далеко не всегда. Давайте примем компромиссный вариант, попытаемся представить число С в виде произведения степени”.

После таких общих рассуждений учителя школьники обычно предлагают "что-то сделать" с числом А. Начинаются поиски с более подробного представления числа А:

$$A = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot 10 \cdot 11 \cdot \ldots \cdot 19 \cdot 20 \cdot \ldots \cdot 90 \cdot 91 \cdot \ldots \cdot 99 \cdot 100.$$

Теперь всем видно, что такая запись неудобна: слишком громоздка, неорганизованна. Возникает идея организовать запись, "отгородив" скобками произведения чисел, составляющих первый десяток, второй десяток и т.д.

$$A = (1 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot 9) \cdot (10 \cdot \ldots \cdot 19) \cdot (20 \cdot \ldots \cdot 29) \cdot \ldots \cdot (90 \cdot \ldots \cdot 99) \cdot 100.$$

Первую скобку учащиеся предлагают заменить записью "9!", а произведения во всех следующих скобках уменьшить, поставив в каждой из них произведение девяти одинаковых чисел, которые в записи числа А стояли в скобках на первых местах. Получим:

$$A = (9!) \cdot (10 \cdot 11 \cdot \ldots \cdot 19) \cdot (20 \cdot 21 \cdot \ldots \cdot 29) \cdot \ldots \cdot (90 \cdot 91 \cdot \ldots \cdot 99) \cdot 100 >$$
$$> (9!) \cdot (10 \cdot 10 \cdot \ldots \cdot 10) \cdot (20 \cdot 20 \cdot \ldots \cdot 20) \cdot \ldots \cdot (90 \cdot 90 \cdot \ldots \cdot 90) \cdot 100 = C.$$

Итак, учащиеся составили число С. Теперь им предстоит сравнить его с числом В. Для этого надо его преобразовать таким образом, чтобы выделить степень числа 10. Ребята предлагают следующие преобразования:

$$C = (9!) \cdot (10 \cdot 10 \cdot \ldots \cdot 10) \cdot (20 \cdot 20 \cdot \ldots \cdot 20) \cdot \ldots \cdot (90 \cdot 90 \cdot \ldots \cdot 90) \cdot 100 =$$
$$= (9!) \cdot 10^{10} \cdot (2^{10} \cdot 10^{10}) \cdot \ldots \cdot (9^{10} \cdot 10^{10}) \cdot 10^2 =$$
$$= (9!) \cdot (9!)^{10} \cdot (10^{10})^9 \cdot 10^2 = (9!)^{11} \cdot 10^{92} =$$
$$= (1 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9)^{11} \cdot (2 \cdot 5)^{11} \cdot 10^{92} =$$
$$= (1 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot 9)^{11} \cdot 10^{103} > 10^{100} = B.$$

Таким образом доказано, что $A > C > B$, т.е. $A > B$.

С учащимися целесообразно рассмотреть и другое решение. Например, представим 100! в следующем виде:

$$100! = (1 \cdot 100) \cdot (2 \cdot 99) \cdot (3 \cdot 98) \cdot \ldots \cdot (49 \cdot 52) \cdot (50 \cdot 51).$$

В этой записи первое произведение равно 100. Начиная со второго каждое произведение больше 100, так как первый множитель не меньше 2, а второй множитель больше 50. Таким образом, $100! > 100^{50}$ и, значит, $100! > 10^{10}$, поскольку $10^{100} = 100^{50}$.

Примечание. Здесь $n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot n$.

Задача **5** для учащихся оказалась трудной. Поэтому она решалась поэтапно. Чтобы получить на конце ноль, в произведении должно участвовать 5 и 2, т.е. $(2 \cdot 5)$, а чтобы получить 30 нулей - $(2 \cdot 5)^{30} = 2^{30} \cdot 5^{30}$.

Проверим, будет ли участвовать в произведении 2^{30}. Испытаем произведения:

а) $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot 10$. Выделим числа, содержащие множитель 2: 2; $4 = 2 \cdot 2$; $6 = 2 \cdot 3$; $8 = 2 \cdot 2 \cdot 2$ и $10 = 2 \cdot 5$. Здесь содержится 2^8. Показатель 8 можно получить и по другому:

$\left[\frac{10}{2}\right]+\left[\frac{10}{2^2}\right]+\left[\frac{10}{2^3}\right]=5+2+1=8$ (знак "[a]" означает целая часть числа а).

Таким образом, чтобы узнать, с каким показателем входит в произведение $1 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot 10$ число 2, нужно найти сумму целых частей от деления числа 10 на степени числа 2.

Применим полученный алгоритм для испытания других произведений.

б) $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot 20$. Имеем:

$\left[\frac{20}{2}\right]+\left[\frac{20}{2^2}\right]+\left[\frac{20}{2^3}\right]+\left[\frac{20}{2^4}\right]+\left[\frac{20}{2^5}\right]=10+5+2+1+0=18$, т.е. в этом произведении участвует 2^{18}.

в) $1 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot 30$, $\left[\frac{30}{2}\right]+\left[\frac{30}{2^2}\right]+\left[\frac{30}{2^3}\right]+\left[\frac{30}{2^4}\right]+\left[\frac{30}{2^5}\right]=15+7+3+1+0=26$

т.е. в произведении участвует 2^{26}.

г) Так как число 31 не содержит в разложении множитель 2, то последний множитель возьмем в произведении равным 32, т.е. испытаем произведение $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot 32$,

$\left[\frac{32}{2}\right]+\left[\frac{32}{2^2}\right]+\left[\frac{32}{2^3}\right]+\left[\frac{32}{2^4}\right]+\left[\frac{32}{2^5}\right]+\left[\frac{32}{2^6}\right]=16+8+4+2+1+0=31$, т.е. в произведении участвует 2^{31}.

Проверим теперь, будет ли участвовать в произведении 5^{30}. Если $n = 120$, то $\left[\frac{120}{5}\right]+\left[\frac{120}{5^2}\right]+\left[\frac{120}{5^3}\right]=24+4+0=28$; число 28 получится и при $n = 121$; 122; 123; 124. Если $n = 125$, то $\left[\frac{125}{5}\right]+\left[\frac{125}{5^2}\right]+\left[\frac{125}{5^3}\right]+\left[\frac{125}{5^4}\right]=25+$ $+5+1+1+0=31$, т.е. в произведении $1 \cdot 2 \cdot \ldots \cdot 125$ участвует 5^{31}.

Следовательно, произведение $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \ldots \cdot n$ при $n = 125$ оканчивается ровно 31 нулями. А оканчиваться ровно 30 нулями это произведение ни при каком n не может.

Литература

1.Сефибеков С.Р. К преподаванию математики в 4 классе//ж. «Математика в школе»». 1980, №1.-С.48-49.

2. Сефибеков С.Р. Учитель, умей направить ученика//ж. «Математика в школе». 1991, №5.-С.50-52.

3. Сефибеков С.Р. Роль учителя математики в развитии творческих способностей учащихся// Некоторые вопросы совершенствования преподавания математики в школе. Выпуск 2, Махачкала, ДГПУ, 1990.-С.22-27.