План урока по работе с теоремой

Выполнила: Константинова Ирина Олеговна, учитель математики

МБОУ г.Иркутска гимназия №1

Теорема: Биссектриса внутреннего угла треугольника делит сторону на отрезки, пропорциональные прилежащим сторонам треугольника.

Тема: Отношение площадей подобных фигур

Тема урока: Свойство биссектрисы треугольника

Класс: 8

Учебник: Геометрия 7 - 9 классы Л. С. Атанасян, В. Ф. Бутузов, С. Б. Кадомцев, Э. Г. Позняк, И. И. Юдина.

Цель обучения: организация работы по изучению свойства биссектрисы треугольника и по его доказательству, формирование навыков его применения для решения задач.

Цель развития: развитие у обучающихся мыслительных операций: анализа, синтеза, обобщения.

Цель воспитания: воспитание потребностей в приобретении и углублении знаний, содействие формированию нравственных качеств личности (самостоятельности, коллективизма).

Оборудование: раздаточный материал, сигнальные карточки.

Сокращения: У - Учитель, Д -Учащиеся

I. ПОДГОТОВИТЕЛЬНЫЙ ЭТАП

Цель: актуализировать опорные знания определения понятий «биссектриса треугольника» и «пропорциональные отрезки», актуализировать опорные умения распознавать пропорциональные отрезки.

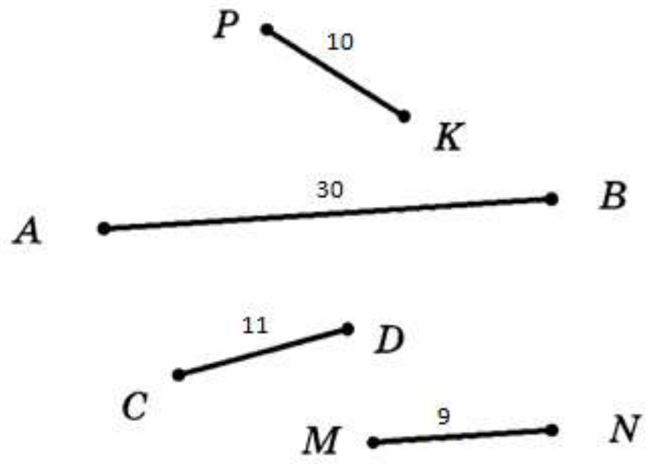
Метод: репродуктивный

Прием: фронтальный опрос

У: Сформулируйте определение понятия «биссектриса треугольника».

Д: Биссектриса треугольника - это отрезок принадлежащий биссектрисе угла, первый конец которого вершина, а второй конец принадлежит противолежащей стороне.

У: Верно. А теперь давайте посмотрим на доску. Ваша задача определить, какие отрезки являются пропорциональными.



Д: Пропорциональные отрезки: $\frac{MN}{AB}$, $\frac{PK}{AB}$.

У: Хорошо! А теперь сформулируйте определение понятия «пропорциональные отрезки».

Д: Пропорциональные отрезки - отрезки, для длин которых выполняется пропорция.

МОТИВАЦИОННЫЙ ЭТАП

1. Мотивация изучения теоремы и раскрытие её содержания

Цель: побудить интерес обучающихся к изучению теоремы.

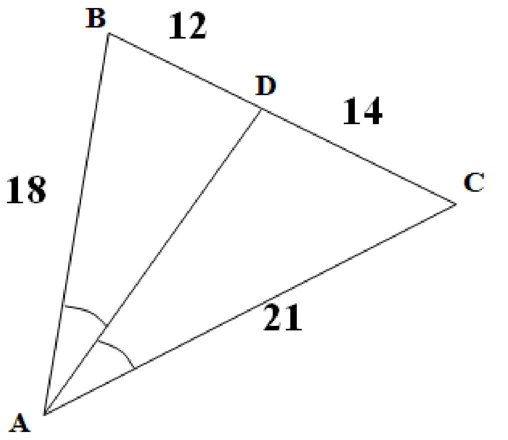
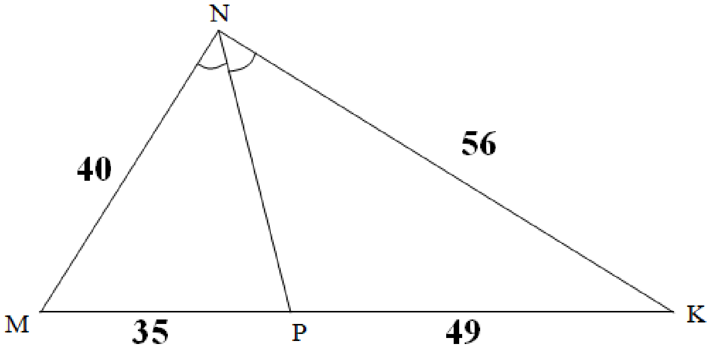
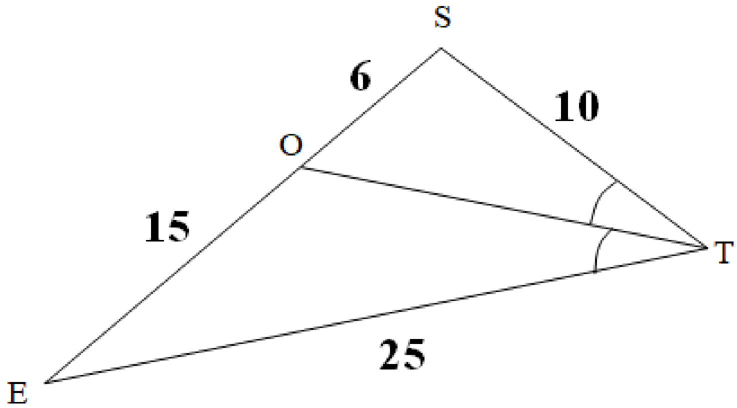
Вид мотивации: стимулирование деятельности учеников по усмотрению математического факта, подведение их к формулировке теоремы.

Приём мотивации: обобщение наблюдаемых в жизни явлений и фактов и перевод их на математический язык.

Метод: частично - поисковый.

Учитель раздает карточки, дети решают в парах по 2 человека. После решения данных заданий учитель выпишет все ответы на доску, а дети сверятся и сами отметят ошибки и в конце урока сдадут работы для выставления оценки.

Карточка 1
Задание: Даны треугольники, в каждом треугольнике проведены биссектрисы, в $\triangle ABC$ биссектриса - *AD*, в $\triangle MNK$ биссектриса - *NP*, в $\triangle EST$ биссектриса - *TO*, а также известны величины сторон. Найти пары пропорциональных сторон и записать их отношение в правом столбце.

	$\triangle ABC$ $\frac{\ }{\ } = \frac{\ }{\ }$ $\frac{\ }{\ } = \frac{\ }{\ }$
	$\triangle MNK$ $\frac{\ }{\ } = \frac{\ }{\ }$ $\frac{\ }{\ } = \frac{\ }{\ }$
	$\triangle EST$ $\frac{\ }{\ } = \frac{\ }{\ }$ $\frac{\ }{\ } = \frac{\ }{\ }$

$$\triangle ABC: \frac{AB}{BD} = \frac{AC}{DC}, \frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC}$$

$$\triangle MNK: \frac{MN}{MP} = \frac{NK}{PK}, \frac{MN}{NK} = \frac{MP}{PK}$$

$$\triangle EST: \frac{ST}{SO} = \frac{TE}{EO}, \frac{ST}{ET} = \frac{SO}{OE}$$

У: Итак, смотрим все на наши ответы. Что мы можем сказать о каждом треугольнике?

Д: В каждом треугольнике есть пара пропорциональных сторон.

У: Верно. А что еще у них есть общее?

Д: Еще у них есть биссектриса, но мы её нигде не задействовали.

У: Итак, я даю вам немного времени для вывода, попробуйте проследить закономерность между пропорциональными сторонами и биссектрисой.

Д: Отношение отрезков, на которые делит биссектриса треугольника противоположную сторону, равно отношению сторон.

У: Верно! На самом деле вы практически сформулировали теорему. Итак, давайте продолжим рассуждать, но для ***начала поставим цель урока!***

Постановка цели урока

У: Как вы думаете, какая цель нашего сегодняшнего урока?

Д: **Цель:** изучить новую теорему.

У: А какие задачи мы должны перед собой поставить для достижения цели?

Д: **Задачи:**

1. Сформулировать теорему.
2. Доказать теорему.
3. Научиться применять теорему на практике.

ОРИЕНТИРОВОЧНЫЙ ЭТАП

Цель: ввести формулировку теоремы, обучить её доказательству, закреплять с учащимися знание формулировки и доказательства теоремы.

Метод: объяснительно - иллюстративный

У: Итак, давайте проработаем формулировку нашей теоремы. Какие элементы у нас в ней задействованы?

Д: Треугольник, его стороны и углы, биссектриса внутреннего угла.

У: Хорошо, а что в наших примерах делает биссектриса, кроме того что делит угол пополам?

Д: Биссектриса внутреннего угла треугольника делит сторону на отрезки.

У: Хорошо. И самое главное! На какие отрезки делит биссектриса внутреннего угла треугольника?

Д: Пропорциональные прилежащим сторонам треугольника.

2. Работа над формулировкой теоремы, выделение её структуры

Структура теоремы:

1. *Разъяснительная часть:* треугольник, его стороны и углы, биссектриса внутреннего угла;
2. *Условие:* биссектриса внутреннего угла треугольника делит сторону на отрезки;
3. *Заключение:* пропорциональные прилежащим сторонам треугольника.

У: Теперь формулируем теорему:

Теорема: Биссектриса внутреннего угла треугольника делит сторону на отрезки, пропорциональные прилежащим сторонам треугольника.

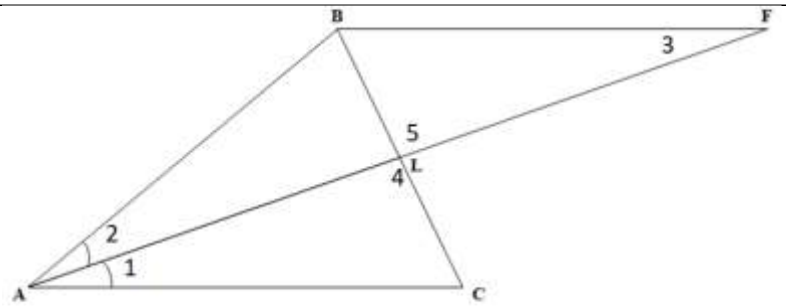
3. Мотивация необходимости доказательства теоремы

У: Итак ребята, мы рассмотрели только три случая демонстрации теоремы и таких примеров ОГРОМНОЕ количество, однако всех мы рассмотреть не сможем, но нам нужно знать, действительно ли, всегда ли работает эта теорема. Что для этого мы можем сделать?

Д: Доказать её.

4. Построение чертежа и краткая запись содержания теоремы

Учитель проводит построение и совместно с учениками выполняет чертеж, описывает, что дано и выстраивает доказательство.

	**Дано:** $\triangle ABC$ AL - биссектриса **Д-ть:** $\frac{BL}{AB}=\frac{LC}{AC}$ -?

5. Поиск доказательства, доказательство и его оформление

Поиск доказательства (восходящий анализ):

Пусть $\frac{BL}{AB}=\frac{LC}{AC} \overset{\partial}{\leftarrow} \frac{BL}{LC}=\frac{AB}{AC} \overset{\partial}{\leftarrow} \begin{cases} \frac{BL}{LC}=\frac{BF}{AC} \overset{\partial}{\leftarrow} \triangle ALC \sim \triangle FLB \begin{cases} \angle 1=\angle 3 \overset{\partial}{\leftarrow} BF \parallel AC \\ \angle 4=\angle 5 \end{cases} \\ AB=BF \overset{\partial}{\leftarrow} \triangle ABF - р/б \overset{\partial}{\leftarrow} \angle 2=\angle 3 \overset{\partial}{\leftarrow} \begin{cases} \angle 1=\angle 3 \overset{\partial}{\leftarrow} BF \parallel AC \\ \angle 1=\angle 2 \end{cases} \end{cases}$

Дополнительное построение: $BF \parallel AC$

Доказательство:

Утверждение	Обоснование
1) $BF \parallel AC$	по построению
2) $\angle 1=\angle 3$	п1+св-во накрест леж.углов+чертеж
3) $\angle 4=\angle 5$	св-во вертикальных углов+чертеж
4) $\triangle ALC \sim \triangle FLB$	п2+п3+признак подобия треугольников (по двум углам)

5) $\dfrac{BL}{LC}=\dfrac{BF}{AC}$	п4+св-во подобных треугольников
6) $\begin{cases}\angle 1=\angle 3\\ \angle 1=\angle 2\end{cases}\Rightarrow \angle 2=\angle 3$	чертеж+п1+условие+св-во аддитивности
7) $\triangle ABF - р/б$	п6+признак р/б треугольника
8) $AB=BF$	п7+св-во р/б треугольника
9) $\begin{cases}\dfrac{BL}{LC}=\dfrac{BF}{AC}\\ AB=BF\end{cases}\Rightarrow \dfrac{BL}{LC}=\dfrac{AB}{AC}$	п5+п8+св-во аддитивности
10) $\dfrac{BL}{LC}=\dfrac{AB}{AC}\Rightarrow \dfrac{BL}{AB}=\dfrac{LC}{AC}$	п9+св-во пропорции

ч.т.д.

6. Закрепление формулировки и доказательства теоремы

У: Что утверждается в теореме, которую мы только что доказали: свойство или признак объекта?

Д: Свойство, поскольку мы уже знаем, что объектом является треугольник с биссектрисой угла.

У: Правильно, следовательно, сегодня мы изучили теорему-свойство биссектрисы треугольника.

*Учитель раздает карточку 2 для закрепления формулировки (в категоричной и условной формах) и доказательства теоремы. При необходимости, если в классе есть «сильные дети» можно сделать так, чтобы они полностью восстановили доказательство. *

Карточка 2

1. Заполните пропуски, дописав недостающие слова в формулировке теоремы.

Категоричная форма (повествовательное предложение):

«Биссектриса ____________ угла треугольника делит сторону на _________, пропорциональные ________________ сторонам треугольника».

Условная форма:

«Если ________________ внутреннего ________ треугольника делит _____________ на отрезки, то эти отрезки ________________ прилежащим сторонам треугольника».

2. Дополните недостающие элементы в доказательстве.

Утверждение	**Обоснование**
1) $BF \parallel AC$	
2) $\angle 1=\angle 3$	п1+св-во накрест леж.углов+чертеж
3)	св-во вертикальных углов+чертеж
4) $\triangle ALC \sim \triangle FLB$	
5) $\dfrac{BL}{LC}=\dfrac{BF}{AC}$	п4+св-во подобных треугольников
6) $\begin{cases}\angle 1=\angle 3\\ \angle 1=\angle 2\end{cases}\Rightarrow$ ________________	чертеж+п1+условие+св-во аддитивности
7) $\triangle ABF - р/б$	

8) $AB = BF$	п7+св-во р/б треугольника
9) $\begin{cases} \dfrac{BL}{LC} = \dfrac{BF}{AC} \\ AB = BF \end{cases} \Rightarrow \dfrac{BL}{LC} = \dfrac{AB}{AC}$	п5+п8+св-во аддитивности
10) $\dfrac{BL}{LC} = \dfrac{AB}{AC} \Rightarrow$ ________________	п9+св-во пропорции

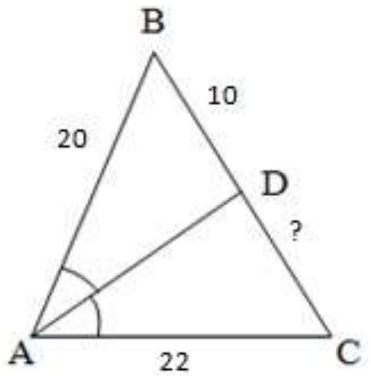
ЭТАП ОБУЧЕНИЯ ПРИМЕНЕНИЮ

7. Этап первоначального применения теоремы

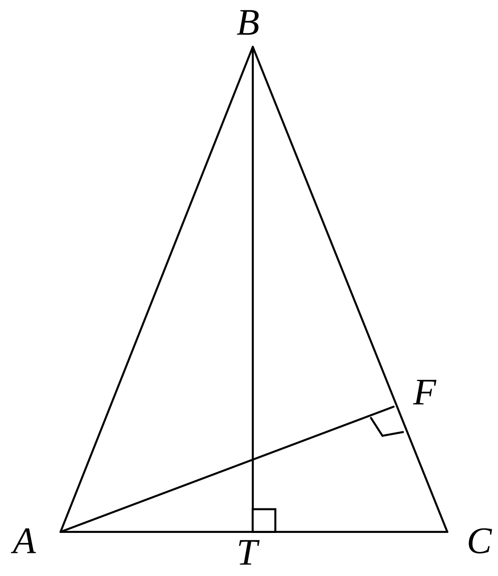
Решение задач на готовых чертежах

<table>
<tr>
<td>
№1

$DC-?$

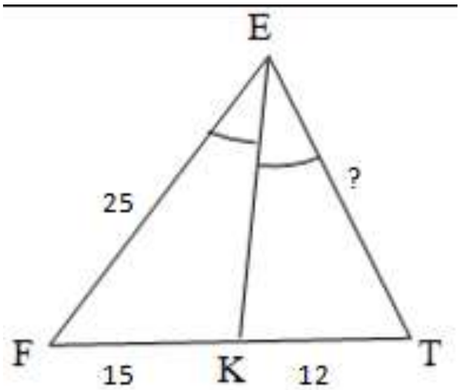


</td>
<td rowspan="2">
№3. В равнобедренном $\triangle ABC$ с основанием AC проведены высоты BT и AF. Они пересе-каются в точке К. Известно, что AB = 15, AK= 5. Найдите площадь $\triangle ABK$.



</td>
</tr>
<tr>
<td>
№2

$ET-?$



</td>
</tr>
</table>

Ответы:

1)11

2)20

3)

Решение: Так как высота ВТ, проведенная к основанию равнобедренного треугольника *ABC*, является биссектрисой угла *B*, то отрезок *BK* - биссектриса угла в треугольника ABF. По свойству биссектрисы треугольника: $\frac{AK}{KF}=\frac{AB}{BF}\Rightarrow\frac{KF}{BF}=\frac{5}{15}=\frac{1}{3}$.

Пусть $KF = x$, тогда $BF = 3x$, $AF = 5 + x$. Рассмотрим треугольник ABF. По теореме Пифагора $AB^2 = BF^2 + AF^2$, где $AF = AK + KF$.

Имеем: $225=(3x)^2+(5+x)^2$, $x^2+x-20 = 0$, $x = 4$.

Следовательно, $BF=3x=3\cdot 4=12$

$$S_{ABK}=\frac{1}{2}\cdot AK\cdot BF=\frac{1}{2}\cdot 5\cdot 12 = 30$$

Ответ: $S_{ABK} = 30\text{ед}^2$

РЕФЛЕКСИЯ

У: Какая была цель нашего урока?

Д: Изучить новую теорему.

У: Какие задачи мы перед собой поставили, чтобы достичь цели урока?
Д:

1. Сформулировать теорему.
2. Доказать теорему.
3. Научиться применять теорему на практике.

У: Все ли задачи были выполнены?

Д: Да, а значит, цель достигнута!

У: Верно! Давайте еще раз проговорим теорему

Д: *читают теорему все вместе*

У: Молодцы! Открываем дневники, записываем дз.

оценка работы на уроке складывается из двух работ: заполнение таблицы 1 и 2

ЭТАП ПОДАЧИ ДОМАШНЕГО ЗАДАНИЯ

Инструктаж: вам необходимо выполнить №1 и №2, они нацелены на отработку применения теоремы на практике. Для этого постройте чертеж и выполните необходимые преобразования, пользуясь выведенной нами теоремой. Теорему учить. Разобраться в доказательстве. Если нет вопросов, всем спасибо, можете идти.

Карточка

№1. В треугольнике *ABC*, где *AB = 6, AC = 4,* биссектриса *AL* и медиана *BM* пересекаются в точке *O*. Найдите $\frac{BO}{OM}$.

№2. В треугольнике ABC проведена биссектриса *AD*. Найдите периметр треугольника *ABC*, если *AC=4; DC=2; BD=3.*

Ответы:

1) $\frac{3}{1}$;

2) 15.

Критерии оценивания:

«5»-всё выполнено верно.

«4»-допущена ошибка, но с учетом этой ошибки решено верно.

«3»-решен только один номер.

«2»-не решено ничего или всё неверно.

Список используемой литературы:

Геометрия 7-9 классы: учебн. для образоват. Учреждений /[Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др.].-М.:Просвящение, 2021-384 с.