**Методы и приемы организации обучения решению текстовых задач на растворы и сплавы, ориентированного на развитие регулятивных универсальных учебных действий**

Понятие «метод обучения» является одним из основных понятий в дидактике.

В четырёхтомной «Педагогической энциклопедии» [6] методы обучения определятся как «способы работы учителя и учащихся, при помощи которых достигается овладение знаниями, умениями и навыками, формируется мировоззрение учащихся, развиваются их способности».

И.Я. Лернер и М.Н. Скаткин определяют методы обучения как «способы организации познавательной деятельности учащихся, обеспечивающие овладение знаниями, методами познания и практической деятельностью, а также воспитание учащихся в процессе обучения» [4].

А.В. Усова рассматривает методы обучения «как взаимосвязанные способы деятельности учителя и учащихся, при помощи которых достигается овладение знаниями, умениями, формируется мировоззрение учащихся, развиваются их способности» [9].

Мы будем рассматривать под методом обучения – последовательность целенаправленных, взаимосвязанных и ресурсообеспеченных совместных действий учителя и обучающихся, направленных на достижение планируемых предметных, метапредметных и личностных результатов обучения.

Близким к понятию «метод обучения» является понятие «методический приём», обозначающее детали метода, его элементы, составные части или отдельные шаги в той познавательной работе, которая происходит при применении данного метода, эффективность которого в значительной мере определяется составом методических приёмов, используемых учителем при данном методе [9].

Методическим приёмом будем считать конкретный способ деятельности по достижению результатов обучения: личностных, метапредметных и предметных.

В процессе обучения методы и приёмы обучения переплетаются, иногда переходят друг в друга. Один и тот же вид работы выступает то как метод, то как приём. Так, если учитель вначале решения задачи на расплавы и растворы проводит беседу, раскрывая сущность и пути решения поставленной задачи, то беседа выступает, как один из методов. Если же учитель прибегает к беседе в процессе решения данной текстовой задачи с целью стимулирования внимания, мышления, постановки проблемы, то тогда беседа выступает как приём.

Выбранные педагогом методы обучения и приёмы организации образовательной деятельности, призваны обеспечить организацию образовательной деятельности обучающихся, ориентированную на развитие регулятивных универсальных учебных действий посредством решения задач на растворы и сплавы. Методы обучения должны удовлетворять требованиям: научности, доступности, результативности, воспроизводимости, эффективности. Главный критерий оптимальности выбора метода – его результативность (качественное достижение конечного запланированного результата обучения).

Рассмотрим эффективность *беседы* – словесного метода обучения, при котором учитель, опираясь на имеющиеся у учащихся знания и практический опыт и пользуясь вопросами, подводит обучающихся к пониманию и усвоению знаний.

Учитывая, что регуляторный опыт, необходимый для становления способности саморегуляции, включает опыт сотрудничества в совместном решении, в том числе и текстовых задач – беседа применяется для извлечения обучающимися знаний из жизненного опыта.

Различают два вида беседы: катехизическую и эвристическую [9]. Первая требует от учащихся только воспроизведения в памяти ранее полученных знаний; вторая – применения ранее полученных знаний для объяснения новых процессов. Путём логических рассуждений обучающиеся, направляемые учителем, как бы самостоятельно получают ответы на поставленные перед ними вопросы проблемного характера. Эвристическая беседа учит мыслить и самостоятельно решать задачи, приводящие к новому знанию. Рассмотрим особенности применения этого метода на примере решения несложной текстовой задачи на растворы и сплавы. Предварительно учащиеся вспоминают понятия: концентрация вещества, процент.

**Задача 1.** Смешали 4 литра 15-процентного водного раствора некоторого вещества с 6 литрами 25-процентного водного раствора того же вещества. Сколько процентов составляет концентрация полученного раствора [1]?

*Организация беседы*

*Учитель:* Сколько растворов указано в задаче?

*Ученики:* Три.

*Учитель:* Укажите их, представив в виде списка в столбик, используя замену условными обозначениями размерностей величин, указанных в задаче?

*Ученики:*

1) 4 л 15% раствора;

2) 6 л 25% раствора;

3) х л с неизвестной концентрации.

*Учитель:* Можно ли по записанному выше списку составить таблицу для наглядного представления, описанной в задаче ситуации?

*Ученики:* Да.

*Учитель:* Сколько столбцов и строк будет содержать таблица?

*Ученики:* Три столбца и четыре строки.

*Учитель:* Какие названия дадим столбцам таблицы?

*Ученики:* Раствор, объем раствора, объем чистого вещества.

*Учитель:* Какие названия дадим строкам таблицы?

*Ученики:* растров 1, раствор 2, раствор 3.

*Учитель:* Можно ли поменять столбцы и строки местами?

*Ученики:* Да.

*Учитель (после того, как таблица составлена, см. таблица 4):*

Таблица 4

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Раствор | Объем раствора, л | Объем чистого вещества, л |
| Раствор 1 (15%) | 4 | 4∙0,15=0,6 |
| Раствор 2 (25 %) | 6 | 6∙0,25=1,5 |
| Раствор 3 | X | Y |

Сколько неизвестных получается в задаче?

*Ученики:* Два.

*Учитель:* Можем ли мы по нашей таблице сразу определить неизвестные нам величины?

*Ученики:* Да.

*Учитель:* Как это сделать и почему?

*Ученики:* Сложить известные данные, так как раствор смешали. Получим Х= 10 л, Y =2,1 л.

*Учитель:* Что мы понимаем под концентрацией вещества?

*Ученики:* Отношение массы чистого вещества к массе раствора или объема чистого вещества к объёму раствора.

*Учитель:* В нашем случае это отношение будет равно чему?

*Ученики: 0,21*.

*Учитель:* Как перевести десятичную дробь в проценты?

*Ученики:* Умножить на сто.

*Учитель:* Тогда наш ответ будет?

*Ученики:* 21%.

По способу передачи и усвоения информации текстовая задача на растворы и сплавы выступает как *практический метод* обучения. Включение в процесс решения такой задачи позволяет учащимся приобрести операциональный опыт (учебные знания и умения, опыт саморегуляции). Решение задачи начинается с *ознакомления с ней*. Цель данного действия – построение знаково–символической модели задачи [8]. Следующим действием является *составление плана решения задачи*. Цель этого действия – определение искомого задачи (тех положений теории, на основе которых может быть решена задача). Только выполнив это действие, можно приступать к следующему – *осуществлению решения задачи*. Завершающим действием является *проверка полученного решения*, цель – которого – проверить правильность решения задачи, оценить достоверность полученного результата, сформулировать ответ задачи.

Сопоставление функций действия (направление) и операции (осуществление) позволило выделить единые по форме операции в составе всех действий, входящих в структуру деятельности по решению математических задач: *ориентирование, планирование, исполнение и контроль*.

Кроме общепедагогических методов обучения решению текстовых задач на растворы и сплавы, есть и математические модели, которые могут быть использованы для формализации задач подобного типа. В качестве основных математических моделей решения таких задач можно выделить: табличные, графические.

Рассмотрим применения каждого метода на конкретных примерах задач.

***Использование табличной модели решения*** задач на растворы и сплавы. Ранее мы уже составляли таблицу, когда рассматривали метод организации беседы при решении подобных задач. Сейчас мы будет использовать умение составлять таблицу для нахождения неизвестных величин, которые требуется найти в соответствии с условием задачи. Рассмотрим это на конкретных примерах задач.

**Задача 2.** Имеется два сплава золота и серебра, в одном количество этих металлов находится в отношении 2:3, в другом – в отношении 3:7. Сколько нужно взять каждого сплава, чтобы получить 8 кг нового сплава, в котором золото и серебро были взяты в отношении 5:11 [7]?

1 этап. Составим таблицу по условию задачи. Первый способ её заполнения.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Сплав | Золото | Серебро | Количество |
| 1 сплав (2:3) |  |  |  |
| 2 сплав (3:7) |  |  |  |
| 3 сплав (5:11) |  |  | 8 |

2 этап. По данным 1-го столбца таблицы составим уравнение.

+=.

3 этап. Решим это уравнение. Найдем массу 1 сплава, = 1кг.

4 этап. Найдем массу 2-го сплава как , тогда это 7 кг.

5 этап. Запишем ответ. Ответ: масса 1-го сплава 1 кг, масса 2-го сплава 7 кг.

Примечание. Таблицу, составленную к задаче можно заполнить иначе.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Сплав | Золото | Серебро | Количество |
| 1 сплав (2:3) | 2 | 3 |  |
| 2 сплав (3:7) | 3 | 7 |  |
| 3 сплав (5:11) |  |  | 8 |

При таком заполнении таблицы нужно составить два уравнения, так как неизвестных две. Решив систему уравнений относительно и , мы получим тот же ответ. Как говорится дело вкуса, кто и как будет решать.

**Задача 3.** К сплаву, содержащему 25% массового процента олова, добавили 3 кг чистого олова. Чему равна масса исходного олова, если процентное содержание олова повысилось при этом в 2,8 раза [3]?

1 этап. Составим таблицу по условию задачи.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | Масса сплава, кг | Масса чистого вещества, кг |
| Сплав 1 (25%) |  | ∙0,25 |
| Добавили | 0 | 3 |
| Сплав 2 (25∙2,8 = 70%) |  | ()∙0,7 |

2 этап. Составим уравнение относительного олова в сплаве, т.е. по данным второго столбца: ∙0,25+3=()∙0,7

3 этап. Решим уравнение относительно => 0,45=0,9 => =2 кг – это масса исходного сплава как видно из таблицы.

4 этап. Найдем массу исходного олова как ∙0,25 => 2∙0,25=0,5 кг

5 этап. 5 этап. Запишем ответ. Ответ: масса исходного олова 0,5 кг.

**Задача 4.** Задача общего вида. Имеются два куска сплава меди и цинка с массовым процентным содержанием меди p% и q% соответственно. В каком отношении нужно взять эти сплавы, чтобы переплавив взятые куски вместе, получить сплав, содержащий r% меди [7]?

1 этап. Определим неизвестные как x и y первого и второго сплавов соответственно. Составим таблицу по условию задачи.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | **Cu** | **Zn** | **Весь сплав** |
| **1 сплав** | px | (1-p)x | x |
| **2 сплав** | qy | (1-q)y | y |
| **Новый сплав** | r(x+y) | (1-r)(x+y) | x+y |

2 этап. Составим уравнение по 1-му столбцу таблицы => px + qy= r(x+y). По 2-му столбцу получим равносильное уравнение, по 3-му тождество. Таким образом, имеем одно уравнение с двумя неизвестными. Переменные однозначно не находятся, уравнение имеет бесконечно много решений. Однако, нам нужно найти отношение, т.е решить задачу в общем виде.

3 этап. Найдем отношение, умножив левую и правую части уравнения на .

4 этап. После математического преобразования, получим уравнение вида:

 . Выразим из последнего выражения отношение .

5 этап. Запишем ответ. Ответ: 

Рассмотрим теперь использование **графической модели решения** текстовых задач на растворы и сплавы. Данная модель основывается на двух простых фактах [7]. Во-первых, всякая формула вида a∙b=c может быть истолкована как нахождение площади прямоугольника. Во-вторых, при смешивании сплавов или растворов их массы складываются как складываются площади геометрических фигур при составлении из них новой.

Предположим, что раствор или сплав представляют сосуд в виде параллелепипеда. Рассматривать будем при решении задач только вид сбоку – это прямоугольник.

Итак, введем условной обозначение длины прямоугольника М (пусть это будем в нашем решении масса сплава или раствора), а ширину примем за 1. Тогда все манипуляции, осуществляемые в задаче, будем выражать через нахождение площади прямоугольника. Сделаем ещё одну оговорку. Более тяжелое вещество в параллелепипеде будет находится внизу, а более легкое вверху. Представим всё, что мы описали на рисунке (см. рис.1)

1

М

М(1-P)

P

МP



Рис. 1

Теперь возьмём два сплава или раствора одних и тех же веществ, но в разных пропорциях и различных масс. Каждому будет соответствовать прямоугольник одной и той же ширины, но разной длины. Линии, разделяющие ингредиенты сплавов, тоже будут находиться на разных высотах. Соединим сплавы или растворы вместе. Получим прямоугольник той же ширины, но другой длины и другой высоты, промежуточной между высотами первого и второго прямоугольников (см. рис.2)

M1 + M2

M1

M2

P2

P1

P3

+

=

Рис. 2

Из геометрических соображений получаем простую формулу: M1P1+M2P2= (M1+M2)P3. P3-искомая концентрация. Следует заметить, что вместо масс, с таким же успехом, можно использовать объемы: V1P1+V2P2= (V1+V2)P3.

Рассмотрим применение данной модели при решении конкретных задач на растворы и сплавы.

**Задача 5**. Имеется два сплава меди и цинка. В одном количество этих металлов находится в отношении 1:9, в другом 2:3. Сколько нужно взять каждого сплава по массе, чтобы получить 15 кг нового сплава, в котором медь и цинк относились бы как 1:4 [3]?

1 этап. Построим графическую модель задачи (см. рис. 3).

15

х

15-х

2/5

1/10

1/5

+

=

9/10

Zn

Cu

Cu

Zn

3/5

4/5

Zn

Cu

Рис. 3

2 этап. Используя геометрический образ, просуммируем площади (например, по цинку). 

3 этап. Решим уравнение относительно х. х=10 кг – это масса 1-го сплава.

4 этап. Найдем массу второго сплава как 15-х. 5 кг – это масса второго сплава.

5 этап. Запишем ответ. Ответ: 10 кг, 5 кг.

Заметим, что задача 5 подобна задаче 2, решенной с помощью табличной модели. Количество этапов решения обеих задач пять. Следовательно, учащийся праве сам выбирать, какую модель он будет использовать для решения задачи.

**Задача 6**. Имеются два сплава, состоящие из меди, цинка и олова. Известно, что первый сплав содержит 40% олова, второй - 26% меди по массе. Процентное содержание цинка в первом и втором сплавах по массе одинаковое. Из 150 кг первого и 250 кг второго сплавов получили новый сплав, в котором оказалось 30% цинка по массе. Определите, сколько килограммов олова содержится в новом сплаве [2]?

1 этап. Построим графическую модель задачи (см. рис. 4).

400

150

250

0, 26

1-(0,4+x)

+

=

x

Zn

Cu

x

0,3

Zn

Cu

Sn

0,4

Zn

Cu

Sn

1-(x+0,26)

Sn

Sn

Рис. 4

2 этап. Определим долю концентрации цинка в первом и втором сплавах пот массе, используя графическую модель.

х∙150+ х∙250=0,3∙400 => х=0,3

3 этап. Найдем массу цинка во всех 3-х сплавах: 45 кг, 75 кг, 120 кг.

4 этап. Определим массу олова и массу меди в 1-м сплаве: 60 кг; 150-105=45 кг.

5 этап. Определим массу меди и олова во 2-м сплаве: 65 кг, 250-140=110 кг

6 этап. Определим массу олова в 3-м сплаве: 60+110=170 кг.

7 этап. Запишем ответ. Ответ: 170 кг.

Последний пример, наглядно демонстрирует простоту решения задачи арифметическим способом при использовании графической модели.

Рассмотрим последний теперь решения задач на растворы и сплавы только, используя только алгебраический способ решения, не прибегая к табличному и графическому моделированию условий. *Аналитический способ* заключается в записи уравнения или системы уравнений на основе анализа условия задачи, с выбором неизвестных величин, которые необходимо найти в задаче.

**Задача 7**. Сме­шав, массовый 60%−ый и 30%−ый рас­тво­ры кис­ло­ты и до­ба­вив 5 кг чи­стой воды, по­лу­чи­ли массовый 20%−ый рас­твор кис­ло­ты. Если бы вме­сто 5 кг воды до­ба­ви­ли 5 кг 90%−го рас­тво­ра той же кис­ло­ты, то по­лу­чи­ли бы 70%−ый рас­твор кис­ло­ты. Сколь­ко ки­ло­грам­мов 60%−го рас­тво­ра ис­поль­зо­ва­ли для по­лу­че­ния смеси [5]?

Решение.

1 этап. Выбор неизвестных и установление связей между ними. Пусть  x кг и y кг — массы пер­во­го и вто­ро­го рас­тво­ров, взя­тые при сме­ши­ва­нии. Тогда (x+y+5) кг — масса по­лу­чен­но­го рас­тво­ра, со­дер­жа­ще­го (0,6x+0,3y) кг кис­ло­ты.

2 этап. Кон­цен­тра­ция кис­ло­ты в по­лу­чен­ном рас­тво­ре 20 %, от­ку­да, по первой части условия задачи, получаем уравнение:

(0,6x+0,3y)=0,2(x+y+5)

3 этап. Рассматривая вторую часть условия задачи, составляем второе уравнение: (0,6x+0,3y+5∙0,9)=0,7(x+y+5).

4 этап. Решим полученную систему уравнений.

(0,6x+0,3y)=0,2(x+y+5)

(0,6x+0,3y+5∙0,9)=0,7(x+y+5)

0,4х+0,1y=1

0,1x+0,4y=1

x=2кг, y=2кг

5 этап. Запишем ответ. Ответ: 2 кг.

Следует заметить, что решение всех задач второй части ОГЭ по математике приводится только алгебраическим способом.

Важным дидактическим условием, способствующим развитию регуляции действий обучающихся при решении текстовых задач на растворы и сплавы, является установлением метапредметных (надпредметных) связей. Это становится возможным при решении практико-ориентированных задач на растворы и сплавы. Рассмотрим задачи подобного типа.

В «Занимательной алгебре» Я.И. Перельмана есть задача под названием **«В парикмахерской»:**

**Задача 1.** Может ли алгебра понадобиться в парикмахерской? Оказывается, такие случаи бывают. Мне пришлось убедиться в этом, когда однажды в парикмахерской подошел ко мне мастер с неожиданной просьбой:

-Не поможете ли нам разрешить задачу, с которой мы никак не справимся?

- Уж сколько раствора испортили из-за этого!- добавил другой

- В чем задача?

- У нас имеется два раствора перекиси водорода: 30%- ый и 3 % -ый. Нужно их смешать так, чтобы составился 12% -ый раствор. Не можем подыскать правильной пропорции.

**Решение:**

Пусть для составления 12%-ной смеси требуется взять **x** граммов 3%-ного раствора и **y** граммов 30% -ного раствора. Тогда в первой пропорции содержится 0,03x граммов чистой перекиси водорода, во второй 0,3y, а всего **0,03x + 0,3y**

В результате получается **(x + y)** граммов раствора, в котором чистой перекиси должно быть **0,12 (x + y)**

Имеем уравнение:  **0,03x + 0,3y=0,12 (x + y)**

Из этого уравнения находим **x =2y, т.е. 3%-**ного раствора надо взять вдвое больше.

Задача, описанная Перельманом, встречается не только в парикмахерских.

**«В автомастерской»**

**Задача 2.** Для зарядки аккумуляторов бывает необходимо приготовить электролит, который должен содержать 24% серной кислоты из двух растворов с содержанием 92% и 10% серной кислоты.

**Решение:**

**1 способ решения.**

1 Этап. Используем табличную модель для формализации условия задачи.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Раствор | Масса раствора, кг | Концентрация в долях | Масса чистого вещества, кг |
| 1 | Х | 0,92 | 0,92X |
| 2 | Y | 0,1 | 0,1Y |
| новый | X+Y | 0,24 | 0,92X+0,1Y |

2 Этап. Составим уравнение к задаче.

0,24(X+Y)=0,92X+0,1Y

3 Этап. Преобразуем уравнение, найдём соотношение по X и Y: 0,92X-0,24X=0,24Y-0,1Y

0,68X=0,14Y

4 Этап. Запишем ответ: Х= Y.(7:34)

**2 способ решения.** Используем правило «Креста». Использование этого правила позволяет решить задачу арифметическим способом.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 92 |  | 14 | Y |
|  | 24 |  |  |
| 10 |  | 68 | X |

**«На кухне»**

**Задача 3.** Сколько граммов воды надо добавить к 50 г раствора, содержащего 8% соли, чтобы получить массовый 5% раствор соли?

**Решение:**

1 этап. Построим табличную модель к условию задачи.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| раствор | Масса раствора, г | Концентрация, % | Масса чистого вещества, г |
| 1 | 50 | 8 | 0,08∙50=4 |
| добавили | х | 100 | 0 |
| новый | 50+х | 5 | 4 |

2 Этап: составим уравнение: 4=0,05∙(50+х)

3. Найдем х: х=30 г

4. Запишем ответ: Нужно добавить 30 г воды.

**Задача 4.** Имеется 100 г 100% уксусной эссенции. Сколько грамм воды нужно добавить, чтобы получить 10% раствор уксусной кислоты.

1 этап. Построим табличную модель к условию задачи.

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| раствор | Масса раствора, г | Концентрация, % | Масса чистого вещества, г |
| 1 | 100 | 100 | 100 |
| добавили | х | 100 | 0 |
| новый | 100+х | 10 | 100 |

2 Этап: составим уравнение: 100=0,1∙(100+х)

3. Найдем х: х=900 г

4. Запишем ответ: Нужно добавить 900 г воды.

**Библиографический список**

1. Выпускная квалификационная работа. Задачи в обучении математике. Автор: Валлиулина А.Р. Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского, 2014.
2. Звавич Л.И., Аверьянов Д.И., Пигарев Б.И., Трушанин Т.Н. Задания для проведения письменного экзамена по математике в 9 классе. М.: Просвещение, 1996 г
3. Киселёва Л.П. Алгебра: рабочая тетрадь № 2 для учащихся 9 класса общеобразовательных учреждений. – М: Вентана-Граф. – 2006. – 96 стр.
4. Лернер И.Я., Скаткин М.Н. О методах обучения//Советская педагогика. – 1965. - № 3.
5. Материалы сайта «Решу ОГЭ» - https://oge.sdamgia.ru/test?theme=79
6. Педагогическая энциклопедия/под ред. И.А. Каирова и др. – М.: сов. Энцикл., 1965. – Т.2. -813 с.
7. Решение текстовых задач по математике (смеси, сплавы, растворы): методические рекомендации/ авт.-сост. С.Э. Нохрин, Н.В. Токманова; Государственное автономное образовательное учреждение дополнительного профессионального образования Свердловской области «Институт развития образования»; Кафедра естественнонаучного и математического образования. – Екатеринбург: ГАОУ ДПО СО «ИРО», 2014. – 33 стр.
8. Тулькибаева Н.Н., Фридман Л.М., Драпкин М.А., Валович Е.С., Бухарова Г.Д. Решение задач по физике. Психолого-методический аспект/ Под ред. Тулькибаевой Н.Н., Драпкина М.А. – Челябинск: Изд-ва ЧГПИ «Факел», ЧВВАИУ и Урал. Гос. проф-пед. ун-та, 1995. – 120 с.
9. Усова А.В. Практикум по решению физических задач/ А.В. Усова, Н.Н. Тулькибаева. –М.: Просвещение. 1992. – 207 с.