***Задачи с параметрами***

Решение задач с параметрами является одним из самых трудных разделов школьной математики. При решении задач с параметрами требуется, кроме хорошего знания стандартных методов решений уравнений и неравенств, умение проводить довольно разветвленные логические построения, аккуратность и внимательность для того, чтобы не потерять решений и не приобрести лишних. Это требует от учащегося более развитого логического мышления и математической культуры, но, в свою очередь, эти задачи сами способствуют их развитию.

Исследовать и решить уравнение с параметром – это значит:

1. Найти все системы значений параметров, при которых данное уравнение имеет решение.
2. Найти все решения для каждой найденной системы значений параметров, т.е. для неизвестного и параметра должны быть указаны свои области допустимых значений.

***Рациональные уравнения***

Для каждого значения параметра *a* решите уравнение (1 – 5):

1. а)  б) 

в)  г) 

2. а)  б) 

3. а)  б) 

4. а)  б) 

в) 

5. а)  б) 

6. Определите значения параметра a, при которых имеет ровно три различных корня уравнение:

а)  б) 

7. Решите уравнение:

а) 

б) 

в) 

**№ 1.** *Для каждого значения параметра a решите уравнение* 

***Решение.*** ОДЗ уравнения . Дробь равна нулю, если числитель равен нулю, а знаменатель имеет смысл и отличен от нуля.

Решим уравнение 

, , при .

***Ответ.*** Если , то решений нет;

если , то  и .

**№ 2.** *Для каждого значения параметра a решите уравнение* 

***Решение.*** ОДЗ уравнения . Дробь равна нулю, если числитель равен нулю, а знаменатель имеет смысл и отличен от нуля.

Решим уравнение .

 или 

, . При   

При   .

При   .

***Ответ.*** Если , то , если  то ;

если , то  и .

**№ 3.** *Для каждого значения параметра a решите уравнение* 

***Решение.*** ОДЗ уравнения . Дробь равна нулю, если числитель равен нулю, а знаменатель имеет смысл и отличен от нуля.

Решим уравнение .





 

При   .

При  .

.

***Ответ.*** Если , то ;

если , то  и .

***Квадратные уравнения с параметром***

Исследовать и решить уравнение

1. 

2. 

3. 

4. 

5. 

6. 

7. 

8. 

9. 

10. 

**№ 1.** *Исследовать и решить уравнение* 

***Решение.***





–

+

+

-2

2

1) При  т.е. при  уравнение имеет два корня 

2) При  т.е. при  уравнение имеет один корень 

3) При  т.е. при  уравнение не имеет действительных корней.

***Ответ.*** Если , то

 и ;

если , то ;

если , то решений нет.

**№ 2.** *Исследовать и решить уравнение* 

***Решение.***

При  уравнение принимает вид , откуда получаем .

При  ,  

1) При  т.е. при  уравнение имеет два корня .

2) При  если  уравнение принимает вид , откуда . Если  уравнение принимает вид , откуда .

3) При  т.е. при  уравнение не имеет действительных корней.

***Ответ.*** Если , то

 и ;

если , то ; если , то  ; если , то ;

если , то решений нет.

**№ 3.** *Исследовать и решить уравнение* 

***Решение.***

При  ,

 

1) При  т.е. при  уравнение имеет два корня .

2) При  если  уравнение принимает вид , откуда . Если  уравнение принимает вид , откуда . Если  уравнение принимает вид , откуда .

3) При  т.е. при  уравнение не имеет действительных корней.

***Ответ.*** Если , то

 и ;

если , то ; если , то  ; если , то ;

если , то решений нет.

**№ 4.** *Исследовать и решить уравнение* 

***Решение.***

Область допустимых значений уравнения: 

Учитывая ОДЗ преобразуем исходное уравнение:













два действительных корня.



, .

С учетом ОДЗ найдем все значения параметра *a*, при которых *x* не принадлежит ОДЗ:

а) , , .

, , .

б) , , .

, , .

***Ответ.*** Если      то

 и ;

если  уравнение не имеет смысл;

если  то ;  то ;  то ;  то .

**№ 5.** *Исследовать и решить уравнение* 

***Решение.***

Область допустимых значений уравнения: 

Учитывая ОДЗ преобразуем исходное уравнение:







, .

1) При  т.е. при  уравнение имеет два корня .

2) При  если , то ; , то .

3) При  т.е. при  уравнение не имеет действительных корней.

С учетом ОДЗ найдем все значения параметра *a*, при которых *x* не принадлежит ОДЗ:

, 

 не имеет смысл.





 не удовлетворяет ОДЗ; .

, 

 не удовлетворяет ОДЗ; .

***Ответ.*** Если , то

 и ;

если  или то ;  то ;

если , то решений нет;

если  уравнение не имеет смысл.

**№ 6.** *Исследовать и решить уравнение* 

***Решение.***

Область допустимых значений уравнения: 

Учитывая ОДЗ преобразуем исходное уравнение:









, .

1) При  т.е. при  уравнение имеет два корня .

2) При  если , то  не удовлетворяет ОДЗ.

3) При  т.е. при  уравнение не имеет действительных корней.

С учетом ОДЗ найдем все значения параметра *k*, при которых *x* не принадлежит ОДЗ:

, , , , .

, ; ,  не удовлетворяют ОДЗ.

***Ответ.*** Если , то

 и ;

если , то решений нет.

**№ 7.** *Исследовать и решить уравнение* 

***Решение.***

Область допустимых значений уравнения: 

Учитывая ОДЗ преобразуем исходное уравнение:











, .

1) При  т.е. при  уравнение имеет два корня .

2) При  если , то ; если , то .

3) При  т.е. при  уравнение не имеет действительных корней.

С учетом ОДЗ найдем все значения параметра *a*, при которых *x* не принадлежит ОДЗ:

, ,

,

,

, , .

, ,

, т. е. не существует *a* при .

***Ответ.*** Если , то

 и ;

если , то ; , то ; , то ;

если , то решений нет.

**№ 8.** *Исследовать и решить уравнение* 

***Решение.***

Область допустимых значений уравнения: 

Учитывая ОДЗ преобразуем исходное уравнение:









, .

1) При  т.е. при  уравнение имеет два корня .

2) При  если , то  не удовлетворяет ОДЗ; если , то  не удовлетворяет ОДЗ.

3) При  т.е. при  уравнение не имеет действительных корней.

С учетом ОДЗ найдем все значения параметра *a*, при которых *x* не принадлежит ОДЗ:

,  т. е. не существует *a* при котором .

***Ответ.*** Если , то

 и ;

если , то решений нет.

**№ 9.** *Исследовать и решить уравнение* 

***Решение.***

Область допустимых значений уравнения: 

Учитывая ОДЗ преобразуем исходное уравнение:









1) При  т.е. при  уравнение имеет два корня .

 не удовлетворяет ОДЗ; .

2) При  если , то  не удовлетворяет ОДЗ.

С учетом ОДЗ найдем все значения параметра *a*, при которых *x* не принадлежит ОДЗ:

, , ;

, , ;

, , .

***Ответ.*** Если , ,  уравнение не имеет решение;

если , , , то .

**№ 10.** *Исследовать и решить уравнение* 

***Решение.***

Область допустимых значений уравнения: 

Учитывая ОДЗ преобразуем исходное уравнение:









, .

1) При  т.е. при  уравнение имеет два корня .

2) При  если , то ; если , то .

3) При  т.е. при  уравнение не имеет действительных корней.

С учетом ОДЗ найдем все значения параметра *m*, при которых *x* не принадлежит ОДЗ:

, 





 не удовлетворяет ОДЗ; .

, , ,  не удовлетворяет ОДЗ.

***Ответ.*** Если , то

 и ;

если , то ; если , то ; если , то ;

если , то решений нет.

